

Lycée(s)	Général	Technologique	Professionnel	
Niveau(x)	CAP	Seconde	Première	Terminale
Enseignement(s)	Commun	De spécialité	Optionnel	
Physique-chimie				

Dompter les équations différentielles

Donner du sens aux équations différentielles pour faciliter leur résolution.

En terminale générale et technologique, la maîtrise de la résolution des équations différentielles est une capacité exigible aussi bien en physique-chimie qu'en mathématiques. Pour construire ce savoir mathématique fondamental en physique-chimie, lié à la formulation d'équations et à l'algèbre, cette ressource accompagne les lycéens à chaque étape de leur processus d'apprentissage, de la découverte à l'automatisation des méthodes de résolution. Elle facilitera également la révision complète des équations différentielles en vue de l'épreuve finale du baccalauréat.

Scénario pédagogique

Cette ressource se compose d'une activité préliminaire réalisée à distance, articulée autour d'une vidéo et d'un questionnaire en ligne, permettant aux lycéens de réactiver la notion de dérivées abordée en mathématiques en classe de Première. Une fois ce prérequis consolidé, les élèves modélisent la chute d'un corps dans un fluide visqueux à l'aide d'une équation différentielle, puis une série d'activités leur est proposée lors d'une première séance afin d'explorer les spécificités de ce type d'équation. Une deuxième séance est ensuite dédiée à la résolution et à l'automatisation des méthodes de résolution des équations différentielles. Ensuite, à chaque nouvelle apparition d'une équation différentielle dans un autre domaine de la physique ou de la chimie, une activité de rappel est proposée, afin de renforcer la maîtrise de leur résolution et l'interprétation de la solution obtenue en fonction d'une condition initiale donnée.

Remarques :

- cette ressource a été testée en Terminale STL (spécialité PCM) mais elle peut être utilisée dans l'ensemble des sections de Terminale, générale comme technologiques, car elle propose sept exemples différents d'équations différentielles¹ issus des programmes de physique-chimie de Terminale

¹ Équations différentielles permettant d'établir la variation temporelle de la température d'un corps immobile placé dans un thermostat, du nombre de noyaux restants dans un échantillon de matière

- technologique (STI2D, STL) et de la voie générale. L'enseignant peut ainsi choisir des équations adaptées à sa filière ou s'appuyer sur celles d'autres spécialités pour diversifier et enrichir son enseignement ;
- les activités présentées peuvent être menées en coanimation avec un professeur de mathématiques pour être encore plus efficaces pour les élèves.

Références aux programmes

Prérequis / repères de progressivité

En physique :

Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse dans le cadre de la modélisation d'un mouvement vertical avec frottement visqueux.

En mathématiques (classe de première) :

Utiliser les différentes notations du taux de variation et du nombre dérivé en un point, effectuer des calculs approchés à l'aide de l'approximation affine en un point, calculer une fonction dérivée.

Référence au programme de Terminale STL (PCM)

En physique :

MOUVEMENTS ET INTERACTIONS

Modéliser un mouvement vertical avec frottement visqueux :

- établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse ;
- caractériser le régime permanent ;
- identifier le temps caractéristique ;
- établir la loi horaire d'évolution de la vitesse.

Exploiter des résultats expérimentaux pour identifier le régime permanent et estimer le temps caractéristique.

CINETIQUE

- Établir la loi d'évolution de la concentration d'une espèce en fonction du temps pour une réaction d'ordre 0 ou d'ordre 1.

RADIOACTIVITE

- Interpréter la relation $dN = -N \times \lambda \times dt$ en explicitant les différents termes.

L'égalité symbolique $dN = -N \times \lambda \times dt$ est à travailler conjointement avec le professeur de physique-chimie. Cette égalité traduit la proportionnalité du taux d'évolution du nombre de noyaux entre deux instants infiniment voisins t et $t + \Delta t$ avec le nombre de noyaux à l'instant t : $\Delta N / \Delta t = -\lambda N$ soit $\Delta N = -\lambda N \Delta t$.

Par passage à la limite, on obtient : $dN/dt = -\lambda N$ ou encore, en écriture différentielle :

$$dN = -N \times \lambda \times dt$$

- Établir la loi de décroissance radioactive et montrer l'analogie avec une réaction d'ordre 1.

En mathématiques :

Vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle.

Déterminer l'ensemble des solutions d'une équation différentielle du type $y' = ay + b$.

Déterminer la solution d'une équation différentielle du type : $y' = ay + b$ vérifiant une condition initiale $y(x_0)$ donnée.

radioactive, de la vitesse d'un solide en chute dans un fluide visqueux, de la tension aux bornes d'un condensateur ou encore de la concentration d'une espèce chimique.

Présentation de la séquence

L'ensemble des documents et leurs corrections est présenté dans la suite de la ressource en annexe « [Supports d'activité élèves et correction](#) ».

Organisation de la séquence

Cette ressource se compose d'une activité préliminaire réalisée à distance suivie d'une première séance d'activité en classe.

Une activité préparatoire réalisée à distance permet de préparer une deuxième séance d'activité en classe.

Enfin d'autres activités complémentaires permettent de consolider les notions.

Déroulement de la séquence

Activité préliminaire sur les dérivées - en travail à distance (20 minutes)

Avant d'établir pour la première fois l'équation différentielle du mouvement de chute dans un fluide, le professeur invite les élèves à réactiver leurs acquis de mathématiques de première sur les dérivées à l'aide d'un support interactif. Ce document comprend :

- une vidéo intitulée « [Vous prendrez bien un peu de dérivées ?](#) » qui revient sur les origines du calcul différentiel et permet de revoir le taux de variation, le coefficient directeur de la tangente à une courbe en un point, ainsi que le calcul des dérivées ;
- une évaluation diagnostique structurée en 2 parties :
 - un questionnaire en ligne, permettant à l'enseignant de vérifier l'écoute attentive de la vidéo ;
 - quatre questions de calcul de dérivées usuelles, à travailler en autonomie, avec la correction fournie à la fin du document.
- un « ticket d'entrée » à compléter est remis à chaque élève, sous forme d'un court questionnaire portant sur trois points essentiels de la vidéo, afin de s'assurer que ces notions sont bien mémorisées avant la première séance.

Séance 1 - en classe entière (120 minutes) : autopsie d'une équation différentielle

L'objectif de cette première séance est d'étudier les caractéristiques spécifiques des équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants.

Installation et explicitation des consignes de travail (durée : 20 min)

Les élèves sont invités, après avoir remis leur « ticket d'entrée », à entrer dans la salle et s'installer dans un des îlots de quatre places. Les chaises sont orientées de manière

à voir le tableau où seront projetés un fond d'écran interactif rythmant la séance et le diaporama illustrant les structurations de connaissances.

Après la correction collective des questions du « ticket d'entrée », le professeur présente de manière collégiale les caractéristiques des équations différentielles, en s'appuyant sur l'exemple précédemment établi de la modélisation de la chute dans un fluide visqueux, et en expliquant l'intérêt de les étudier.

L'organisation du travail demandé aux élèves est ensuite précisée. Chaque groupe est chargé de compléter quatre dossiers, chacun correspondant à une activité de découverte visant à explorer les spécificités des équations différentielles. Chaque dossier contient :

- deux fiches de rappels théoriques imprimées sur papier de couleur (une fiche pour deux élèves),
- une feuille réponse collective, imprimée sur du papier blanc (une par groupe).

Les réponses attendues aux questions sont le fruit d'une construction collective, menée par l'ensemble des élèves de l'îlot. Un Tétra-aide (voir [utilisation du tétra-aide](#) précisant son utilisation) est mis à disposition sur chaque îlot, afin d'aider à la gestion autonome des demandes. Le professeur circule entre les groupes pour clarifier et reformuler les consignes si nécessaire.

Une fois un dossier complété, le groupe sollicite l'enseignant pour valider les réponses avant de poursuivre.

Travail par îlots sur les quatre dossiers (durée : 80 min)

Les temps de travail en groupe alternent avec des phases de correction collective des activités et de structuration des connaissances, à l'aide d'un diaporama.

Chaque temps de travail sur un dossier débute par des explications au tableau du professeur, précisant les tâches à réaliser. Ces consignes sont également synthétisées sur la fiche de rappels théoriques (papier de couleur) disponible sur chaque table, afin de favoriser l'autonomie des élèves.

À l'issue du temps imparti, la correction est effectuée collectivement au tableau par un élève volontaire ou désigné, sous la supervision du professeur.

Ainsi, à la fin de ce travail par îlots, tous les objectifs d'apprentissage ci-dessous ont étudiés par chaque élève :

Dossier 1 (10 min + 5 min de correction) : identifier une équation différentielle de type $y' = ay + b$.

Objectif : faire la différence entre une équation et une équation différentielle.

Dossier 2 (15 min + 5 min de correction) : étudier la double notation des dérivées.**Objectifs :**

- approfondir l'écriture d'une équation différentielle en mobilisant la notation de la dérivée selon Lagrange (utilisée en mathématiques) et la notation différentielle selon Leibnitz (couramment employée en physique) ;
- mettre en évidence le signe négatif du coefficient multiplicatif a et montrer qu'il correspond à une grandeur physique possédant une unité.

Dossier 3 (15 min + 5 min de correction) : classer les équations différentielles de type $y' = ay + b$.**Objectifs :**

- classer les équations différentielles selon que le coefficient b est nul ou non nul ;
- adapter les expressions littérales pour identifier l'expression du coefficient b et déterminer son unité.

Dossier 4 (20 min + 5 min de correction) : interpréter les coefficients a et b d'une équation différentielle.**Objectifs :**

- identifier graphiquement, à partir de la courbe d'évolution temporelle d'une grandeur, sa valeur initiale, sa valeur en régime permanent ainsi que le temps caractéristique, déterminé par lecture graphique ;
- associer la valeur du temps caractéristique τ au quotient $\left(\frac{-1}{a}\right)$ et la vitesse limite v_{lim} au quotient $\left(-\frac{b}{a}\right)$.

Structuration des connaissances (durée : 20 min)

La séance se termine par une structuration des connaissances obtenue par une interaction professeur-élèves. La trace écrite est rédigée par chaque élève sur un document intitulé « [Bilan de la séance 1](#) ».

Préparation de la séance 2 - en travail à distance (25 minutes)

L'élève est invité, via le cahier de texte numérique, à revoir attentivement la trace écrite de la séance précédente et à mémoriser les notions clés abordées à l'aide d'un lot de dix flashcards² (accessibles également via un lien direct et/ou un QR code figurant dans le document-bilan de la séance 1).

Un nouveau « [ticket d'entrée](#) » est également à compléter. Celui-ci propose trois calculs préparatoires utiles à la séance 2, et interroge sur la forme générale des

² Carte de mémorisation active

solutions des équations différentielles de type $y' = ay + b$ afin de vérifier que l'élève a bien consulté et assimilé les flashcards, la réponse figurant sur la dernière carte du jeu.

Séance 2 - (90 à 120 minutes) : dompter les équations différentielles

L'objectif de cette deuxième séance est d'étudier les différentes formes de solutions des équations différentielles et mobiliser les démarches propres à la physique-chimie et aux mathématiques afin d'automatiser leur résolution.

Installation (durée : 10 min)

L'installation en îlots s'effectue selon les mêmes modalités que lors de la première séance.

Après la correction collective des questions du « ticket d'entrée », le professeur analyse à nouveau les différents termes de la solution générale et rappelle le lien avec le temps caractéristique ainsi qu'avec la valeur de la grandeur en régime permanent.

Au cours de cette séance, chaque groupe travaille sur deux dossiers, chacun étant associé à l'une des deux compétences du programme. Les activités des dossiers s'appuient sur des extraits d'annales issues d'exercices mixtes mathématiques/physique-chimie de la filière STL, afin de préparer les élèves à ce type d'épreuve souvent perçue comme déstabilisante en raison de la double approche disciplinaire.

Des questions supplémentaires sont prévues pour occuper les élèves ayant terminé plus rapidement, afin de maintenir l'engagement de chacun.

Travail par îlots sur les deux dossiers (durée : 60 min)

Le rôle de l'enseignant ainsi que les actions individuelles et collectives des élèves sont les mêmes que lors de séance 1. Les objectifs d'apprentissage sont les suivants :

Dossier 5 (25 min + 5 min de correction) : vérifier

Objectifs : vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle.

Dossier 6 (25 min + 5 min de correction) : résoudre

Objectifs : déterminer la solution d'une équation différentielle du type $y' = ay + b$ vérifiant une condition initiale $y(x = 0)$ donnée.

Structuration des connaissances (durée : 20 min)

Comme lors de la première séance, les activités sont corrigées puis une structuration des connaissances obtenue par une interaction professeur-élèves permet de compléter le document intitulé « [Bilan de la séance 2](#) ».

Afin de faciliter la mémorisation des notions abordées, un nouveau lot de six flashcards est mis à disposition des élèves via le cahier de texte numérique. Ces flashcards sont également accessibles par lien direct et/ou le QR code figurant dans le document-bilan de la séance 2.

Bilan des deux premières séances – travail à distance (30 minutes) : mobilisation des fondamentaux dans une activité expérimentale de test des lois de Snell-Descartes, deuxième partie

Sur un document à compléter représentant l'évolution temporelle de la grandeur physique $v(t)$, chaque élève doit mobiliser toutes les connaissances acquises pour réaliser une [fiche récapitulative](#).

Séances suivantes

Chaque fois qu'une nouvelle équation différentielle est rencontrée dans un autre domaine de la physique ou de la chimie - en STL (PCM) par exemple, lors des chapitres sur la cinétique ou la radioactivité -, une activité de rappel est proposée. Elle prend la forme d'une fiche à compléter, construite sur le modèle du document-bilan des deux premières séances afin de renforcer la capacité à résoudre ces équations et de favoriser la continuité des apprentissages.

Exemples de travaux d'élèves et leur analyse

Les deux premières séances de cette ressource ont été testées en Terminale STL (PCM) en coanimation avec l'enseignant de mathématique de la classe.

La vidéo d'introduction : une remise en mémoire essentielle

L'automatisation du calcul de dérivées est indispensable pour ne pas freiner la résolution des équations différentielles. L'association de la vidéo à un questionnaire en ligne permet une remobilisation efficace des connaissances. Pour le professeur, cette évaluation diagnostique des connaissances des élèves constitue un outil précieux pour adapter la constitution des groupes, par exemple en organisant les îlots par niveau, comme cela a été pratiqué lors de la phase de test de cette ressource.

L'utilisation de GeoGebra³ permet d'illustrer visuellement le taux de variation d'une fonction et sa limite, facilitant ainsi le réinvestissement de la notion de tangente, souvent éloignée dans l'esprit des élèves. L'analyse des « tickets d'entrée » rendus par les lycéens confirme l'efficacité de cette approche.

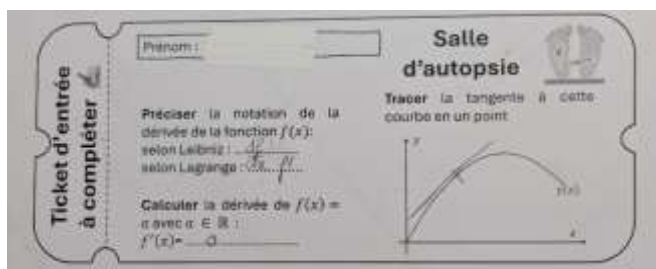
Le « ticket d'entrée » : un levier pour rendre les élèves acteurs de leur apprentissage

Véritable outil d'évaluation diagnostique, le « ticket d'entrée » permet d'impliquer activement les élèves, qui acceptent volontiers cette modalité de « droit d'accès » à la salle de classe. Même en cas d'oubli du support, la majorité des élèves ont

³ Ensemble d'outils gratuits en mathématiques : <https://www.geogebra.org/>

spontanément reporté leurs réponses sur une feuille libre, témoignant de leur investissement.

Exemples de réponses de tickets d'entrée de la séance 1



Il est important de ne pas sanctionner l'oubli ou les réponses par une note, l'objectif étant la remise en mémoire de notions-clés, non une évaluation sommative.

La séance 1 pour consolider les outils nécessaires à la résolution

Pour que l'introduction de cette nouvelle catégorie d'équations soit efficace, il est conseillé de s'appuyer sur un diaporama clair et épuré reprenant notamment les notions d'égalité et de fonction.

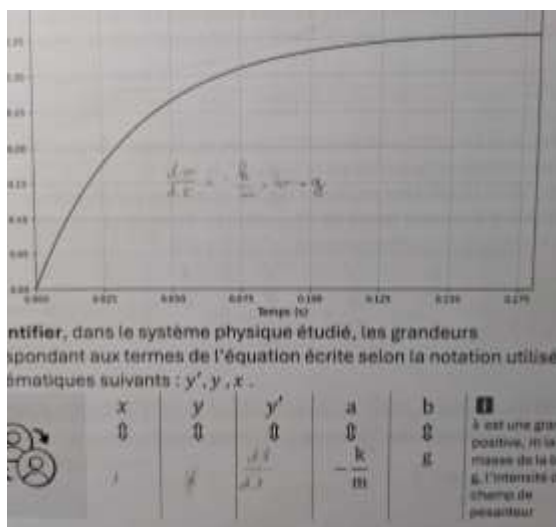
Il convient d'insister sur le fait qu'une équation différentielle, se distingue par le fait que sa solution est une fonction.

La mise en place du travail collaboratif par îlots doit être soignée : une seule feuille réponse par groupe est exigée, impliquant une production collective. Des feuilles de brouillon colorées, facilement repérables pour aider le professeur à distinguer les écrits de travail de la version finale, doivent être disponibles en quantité suffisante.

Le dossier 1 est généralement bien maîtrisé, à condition que le professeur souligne clairement qu'une équation différentielle doit comporter au moins une dérivée de la fonction. Même si l'exercice semble formel, il reste indispensable pour permettre aux élèves de reconnaître ces équations dans leurs cours de physique-chimie ou de mathématiques.

Le dossier 2 permet une identification efficace entre les deux notations de Lagrange et de Leibniz, utilisées grâce au tableau de correspondance.

Exemple de réponse d'élève à la feuille réponse du dossier 2



Certains élèves s'en affranchissent rapidement, tandis que d'autres continuent à l'utiliser dans les dossiers ultérieurs (5 et 6) : le recours temporaire au tableau s'est révélé un soutien efficace pour les plus fragiles.

L'objectif du dossier 3, au-delà du classement des équations différentielles selon l'expression de b , est d'entraîner les élèves à modifier et manipuler des relations numériques et algébriques. Si cette tâche est souvent facilement réalisée lorsque la relation est numérique, de nombreux groupes ont été freinés par le dernier exemple, plus abstrait.

Exemple de réponse d'élève à la feuille réponse du dossier 3

C/	$mg - kv = m \frac{dv}{dt}$	?	☐
----	-----------------------------	---	--------------------------

La question sur l'unité de b est souvent bien réussie, notamment chez les élèves de la filière STL spécialité biotechnologie, déjà familiarisés avec les « équations aux unités ». Le professeur peut profiter de cette dernière question pour insister sur l'importance de l'homogénéité des unités dans chaque terme d'une équation.

Exemple de réponse d'élève à la feuille réponse du dossier 3

l'unité de $\frac{k}{m}$ est s^{-1} .

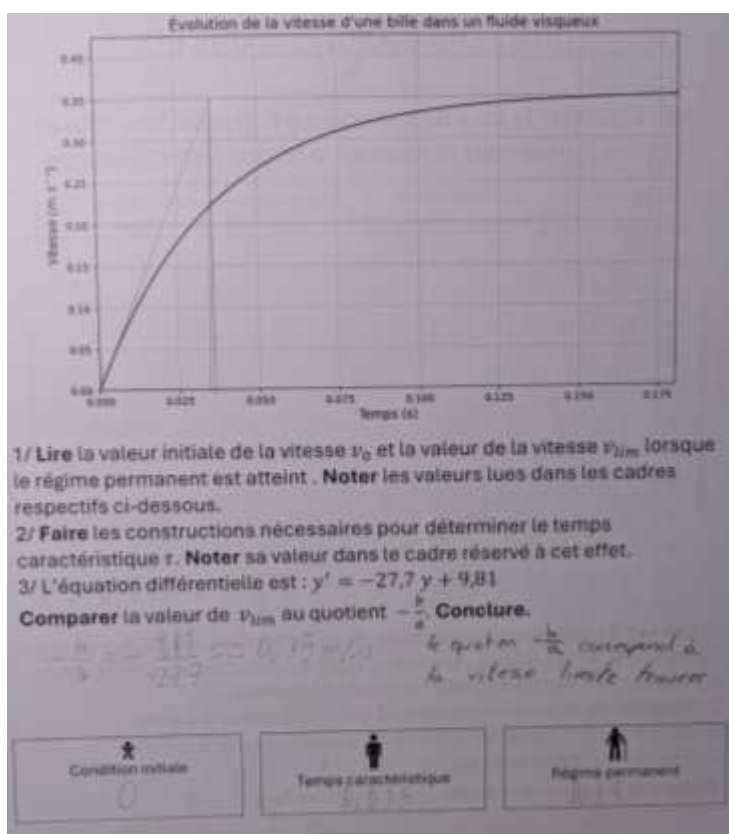
$\frac{m \cdot s^{-2}}{s} = m \cdot s^{-2}$

$[m \cdot s^{-2}] = s^{-1} \times m \cdot s^{-2} \Rightarrow b = [m \cdot s^{-2}]$

$[m \cdot s^{-2}] = [m \cdot s^{-2}] \cdot s$

Le dossier 4 a nécessité davantage de temps car l'appropriation des étapes de détermination du temps caractéristique peut varier selon les groupes. Une intervention du professeur est souvent requise pour accompagner certains élèves.

Exemple de réponse d'élève à la feuille réponse du dossier 4



La structuration finale de la séance permet à un représentant de chaque groupe de venir compléter collectivement le document projeté, favorisant la reformulation et la mutualisation des connaissances.

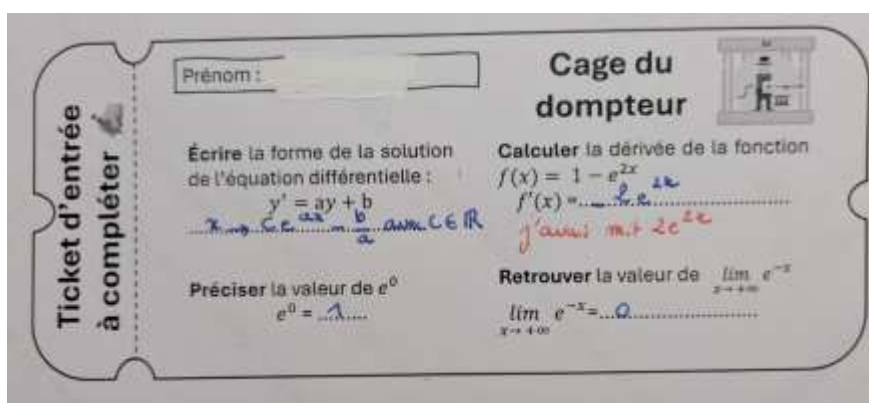
Les cartes de mémorisation (flashcards) : support d'apprentissage entre les deux séances

Les flashcards disponibles en ligne ont pour objectif de faire reprendre les connaissances de la structuration des séances. Accessibles par QR code ou par un lien déposé sur le cahier numérique, elles sont encore plus efficaces si elles sont associées à un questionnaire à rendre à l'enseignant pour s'assurer qu'elles ont été réellement travaillées par les élèves.

Séance 2

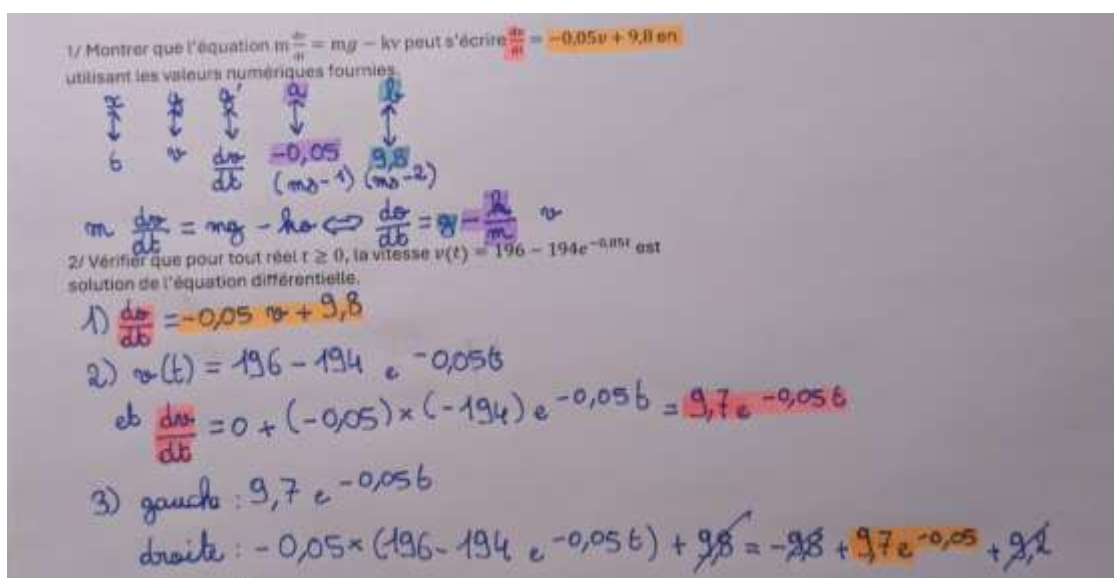
Réalisée une semaine après la première séance, le professeur débute la séance par la correction du second « ticket d'entrée » et insiste sur la forme des solutions de l'équation différentielle. Des erreurs sur les dérivées sont encore présentes et cette correction est nécessaire.

Exemples de réponse d'un ticket d'entrée de la séance 2



Dans le dossier 5, la vérification d'une fonction comme solution de l'équation différentielle peut nécessiter l'utilisation de couleurs pour les élèves plus fragiles afin de leur faire distinguer plus facilement le membre de gauche du membre de droite.

Exemple de réponse d'élève à la feuille réponse du dossier 5



La simplification des membres n'est pas intuitive chez beaucoup d'élèves et il est nécessaire pour l'enseignant de le répéter.

Dans le dossier 6, le choix des exercices de résolution avec des équations différentielles « numériques » est volontaire. Il permet de s'affranchir de la difficulté de manipuler des grandeurs algébriques pour se concentrer sur la méthode de résolution elle-même.

Il est à noter que la détermination de la constante C à partir de la condition initiale n'a posé aucun problème car les élèves ont automatisé ce type de détermination lorsqu'ils ont travaillé les primitives en mathématiques.

Exemple de réponse d'élève à la feuille réponse du dossier 6

$$\begin{aligned}
 v(0) &= C e^{-11 \times 10^3 \times 0} + \frac{11}{3900} = 0 \\
 0 &= C e^0 + \frac{11}{3900} \\
 0 &= C + \frac{11}{3900} \\
 C &= -\frac{11}{3900} = -0,0032
 \end{aligned}$$

Lors de cette détermination, il est important, pour faire le lien avec les mathématiques, que l'enseignant rappelle que l'équation différentielle admet des solutions et pas uniquement celle vérifiée à l'instant initial.

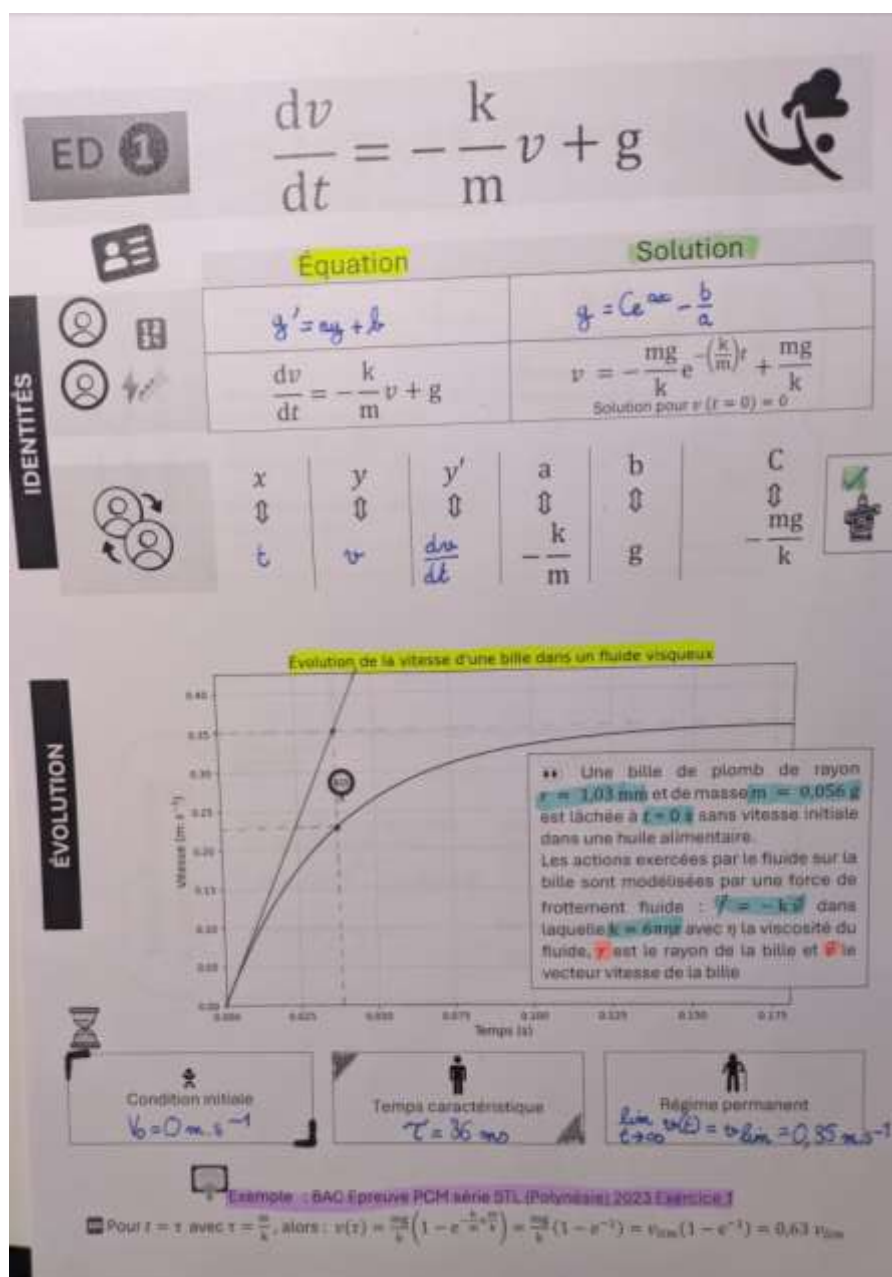
Enfin, comme à chaque étape de cette séquence, il faut insister sur le fait que les lettres sont des grandeurs physiques qui possèdent une unité.

La structuration de cette séance nécessite un peu plus de temps que la première. Les erreurs éventuelles que les élèves viennent écrire au tableau constituent un levier d'apprentissage pour l'ensemble de la classe. Cependant il est utile, pour que ce temps soit profitable à tous, de préciser que l'aide entre pairs est acceptée mais sans fournir directement la réponse.

La fiche récapitulative : un format tout en un pour une structuration efficace

Pour cette dernière étape, même s'il reste peu de temps, le travail en îlot est un atout majeur. En se corrigeant les uns les autres, les différentes parties de la fiche sont remplies très rapidement.

Exemple de réponses sur la fiche ED1



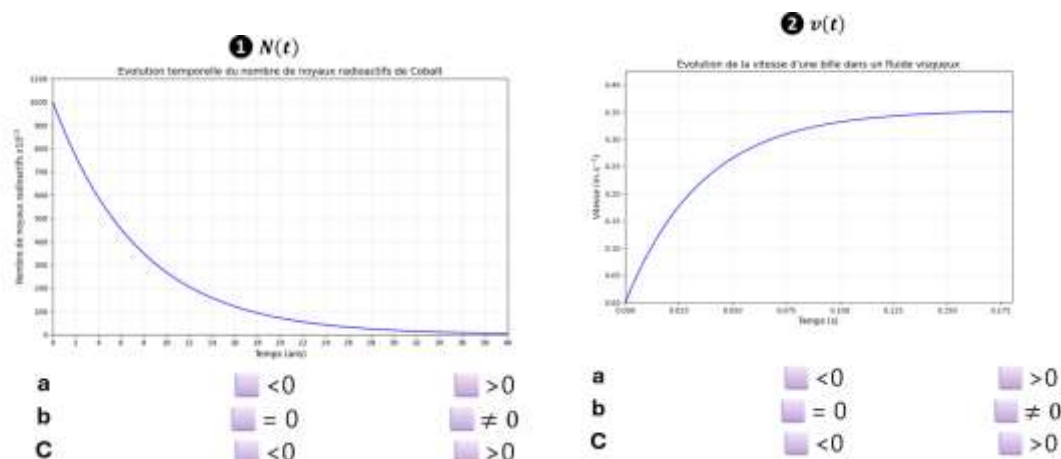
Bilan global

Cette ressource a été testée en Terminale STL (PCM) en coanimation avec l'enseignant de mathématiques de la classe. Cette collaboration a permis aux élèves de surmonter les difficultés rencontrées, tout en leur montrant l'imbrication des compétences développées dans les deux disciplines.

Les élèves ont particulièrement apprécié le « ticket d'entrée », véritable levier pour les engager dans leur apprentissage sans contrainte, ainsi que le travail collaboratif par îlot, qui a favorisé un tutorat efficace, notamment pour la détermination des unités et la résolution d'équations différentielles algébriques et non seulement numériques.

Il est prévu de faire compléter la fiche relative à la cinétique puis celle sur la radioactivité, une fois les équations différentielles établies par le professeur de physique-chimie, selon la progression annuelle prévue pour cette classe.

Afin de poursuivre le dialogue entre physique-chimie et mathématiques, il peut également être intéressant, une fois toutes les équations établies, de faire discuter les élèves sur l'influence du signe de « a », « b » et « C » afin de mieux comprendre les différences entre les évolutions rencontrées.



Cette ressource, en s'appuyant sur des exemples concrets illustrant la manière dont les solutions des équations différentielles se manifestent en physique et en chimie, renforce la compréhension globale des phénomènes modélisés. Elle facilite ainsi la résolution des équations différentielles en mathématiques grâce à une approche plus intuitive.

Références bibliographiques concernant les mathématiques

APMEP. (2004). *Les équations différentielles en terminale scientifique*. Bulletin de l'APMEP, (450), 44-59. <https://bibnum.publimath.fr/AAA/AAA04007.pdf>

IREM. (2008). *Les fonctions en mathématiques et en sciences physiques*. <https://bibnum.publimath.fr/IBC/IBC08002.pdf>

Tangente. (2022). *Ma première équation différentielle*. Tangente, (205), 30-31.

Tangente. (2022). *Une relation entre fonctions et dérivées*. Tangente, (205), 32-33.

Tangente. (2022). *Quand les méthodes numériques donnent la solution*. Tangente, (205), 34-35.

Références bibliographiques concernant la physique - chimie

Académie de Strasbourg. (s. d.). *Cartes mentales : résoudre une équation différentielle & établir une équation différentielle*. <https://pedagogie.ac-strasbourg.fr/physiquechimie/ressources-pedagogiques/terminale-specialite/>

Académie de Montpellier. (s. d.). *Manuel scolaire TermSTL PCM*. <https://spcl.ac-montpellier.fr/moodle/course/view.php?id=62#section-0>

Académie de Versailles, Groupe de travail lycée. (2022). *Comment utiliser les équations différentielles au lycée ?* <https://phychim.ac-versailles.fr/spip.php?article1327>

Académie de Versailles, Groupe de travail lycée. (2024). *Comment relier les équations différentielles et leurs représentations graphiques en physique-chimie ?* <https://phychim.ac-versailles.fr/spip.php?article1393>

Site éduscol. (s. d.). *Verbes d'action figurant dans les capacités exigibles des programmes de physique-chimie*. <https://eduscol.education.fr/document/22675/download>

Annexes : supports d'activité élève et correction

Tous les documents élèves proposés sont téléchargeables en version modifiables.

Séance préliminaire

Capture d'écran de la vidéo



Lien vers la vidéo : [ici](#)

Extrait du document élève

Vous prendrez bien un peu de dérivées ?

Consignes

1. Regarder et écouter attentivement la vidéo.
2. Répondre au questionnaire.

La partie 1 se fait en ligne.
La partie 2 se fait sur une feuille libre. Il s'agit d'une auto-évaluation.

Vidéo : Vous prendrez bien un peu de dérivées ?

vers la vidéo : <https://auto-sciences-technologies.acps.education.fr/videos/embod/bd3bd5b0-eb95-45c5-af5c-80252f5d0300>

Le questionnaire

Partie 1 : Avez-vous bien écouté la vidéo ?

1. Préciser la notation introduite par Lagrange pour représenter la dérivée.
 - ☐ a) $\frac{dy}{dx}$
 - ☐ b) f'
2. Préciser la notation introduite par Leibniz pour représenter la dérivée.

☐ a) $\frac{dy}{dx}$

☐ b) f'

⚠ Le nom du scientifique n'est pas le même que celui de la question précédente !

3. Donner le nom de la grandeur physique égale à la dérivée de la position par rapport au temps.
4. Indiquer le quotient permettant de calculer la vitesse moyenne entre deux instants t_1 et t_2 . La position en fonction du temps est donnée par $z(t)$.
 - ☐ a) $\frac{z(t_2) - z(t_1)}{t_2 - t_1}$
 - ☐ b) $\frac{z(t_2) - z(t_1)}{t_1 - t_2}$
 - ☐ c) $\frac{z(t_2) - z(t_1)}{t_2 - t_1}$
5. La vitesse instantanée correspond au coefficient directeur d'une :
 - ☐ a) sécante à la courbe $z(t)$.
 - ☐ b) tangente à la courbe $z(t)$.

📌 La position au cours du temps du solide dont on étudie le mouvement est donnée par la fonction $z(t)$.
6. Donner la dérivée $f'(x)$ de $f(x) = e^{ax}$ où a est une constante.
 - ☐ a) $f'(x) = ae^{ax}$
 - ☐ b) $f'(x) = e^{ax}$
 - ☐ c) $f'(x) = ae^x$

Partie 2 : Avez-vous pris suffisamment de dérivées ?
Répondre aux questions. Puis consulter les réponses disponibles en fin de documents pour éventuellement corriger vos erreurs.

📄 En cas de difficultés, consulter les flashcards
<https://eduscol.education.fr/16/15/ma03ec56a3>

Question A : Calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x) = 6e^{-3x}$.

Question B : Calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x) = -\frac{1}{2}e^x$.

Question C : Calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x) = 1 - e^{-2x}$.

Question D : Indiquer la valeur de $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$.

Correction du questionnaire associé à la vidéo (Partie 1 : Avez-vous bien écouté la vidéo ?)

1b ; 2a ; 3 La vitesse ; 4b ; 5b ; 6a

Préparation de la Séance 1

Ticket d'entrée à la séance 1 à compléter par les élèves

Ticket d'entrée à compléter

Prénom : _____

Préciser la notation de la dérivée de la fonction $f(x)$:

selon Leibniz :

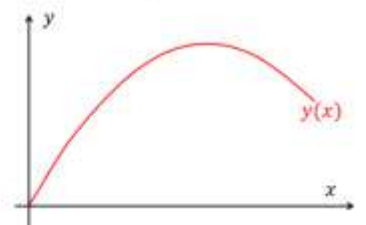
selon Lagrange :

Calculer la dérivée de $f(x) = a$ avec $a \in \mathbb{R}$:

$f'(x) =$

Salle d'autopsie

Tracer la tangente à cette courbe en un point

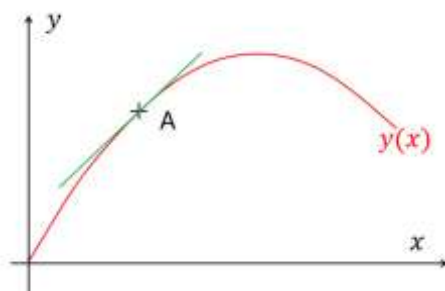


Correction du ticket d'entrée de la séance 1

Notation de la dérivée de $f(x)$: selon Leibniz en physique - chimie : $\frac{df}{dx}$; selon Lagrange en mathématiques : $f'(x)$.

Si $f(x) = a$ alors $f'(x) = 0$.

Tangente au point A à la courbe :



Séance 1 : Autopsie d'une équation différentielle

Document n°1 – dossier 1 à compléter par les élèves

eduscol.education.fr

Ministère de l'Éducation nationale

Juin 2026

17 sur 31

Rappels théoriques du dossier 1

Équation différentielle ou non ?

 Identifier une équation différentielle

Définition : Une équation différentielle est une équation dont l'inconnue est une fonction.
La relation permettant de trouver cette fonction contient au moins une des dérivées de la fonction.

$g(x) = 2x$ n'est pas une équation différentielle.

$7f'(x) + 2f(x) = 0$ est une équation différentielle.

Feuille réponse du dossier 1

Équation différentielle ou non ?

 Identifier une équation différentielle

Parmi les équations suivantes, **cocher** celles qui sont des équations différentielles.

$$5f(x) = 3f'(x)$$



$$z(z) = -4,9z^2$$



$$C'(x) = -2C(x)$$



$$g(x) = 2x^2 + 3x + 1$$



$$h(x) = 4x - 1$$



$$q'(x) + 3q(x) = 6$$



Correction du dossier 1

$$5f(x) = 3f'(x)$$

$$C'(x) = -2C(x)$$

$$q'(x) + 3q(x) = 6$$

Document n°2 – dossier 2 à compléter par les élèves

Rappels théoriques du dossier 2

La double notation

Écrire une équation différentielle avec deux notations différentes

Passage d'une notation à l'autre

Mathématiques
(Lagrange)

$$y' = ay + b$$

$$x \quad y \quad y'$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset$$

Physique-chimie
(Leibniz)

$$\frac{dG}{dt} = av + b$$

$$t \quad G \quad \frac{dG}{dt}$$

avec G une grandeur physique ou chimique, fonction du temps définie sur l'intervalle $[0; t_0]$ ou $[0; +\infty[$

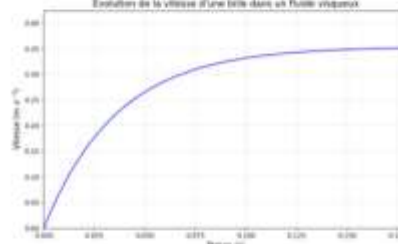
Feuille réponse du dossier 2

La double notation

Écrire une équation différentielle avec deux notations différentes

On étudie, pour une bille de plomb lâchée sans vitesse initiale dans de l'huile alimentaire, l'évolution au cours du temps de sa vitesse v . L'équation différentielle dont la solution est $v(t)$ s'écrit avec la notation de Lagrange, employée en mathématiques : $y' = ay + b$.

Evolution de la vitesse d'une bille dans un fluide visqueux



1/ Identifier, à l'aide de la représentation graphique, les grandeurs correspondant aux termes de l'équation écrite selon la notation utilisée en mathématiques suivantes : y' , y , x .

x	y	y'	a	b
t	v	$\frac{dv}{dt}$	$\frac{k}{m}$	g

2/ En déduire l'écriture de l'équation différentielle dont $v(t)$ est solution, selon la notation de Leibniz, utilisée en physique chimie.

3/ Préciser le signe de a et commenter son signe.

4/ Tracer la tangente à $t = 0$ s, $t = 0,003$ s et $t = 0,175$ s.

4/ L'unité de a est s^{-2} . À partir de l'équation différentielle, retrouver l'unité de a .

Correction du dossier 2

$$1/ x \Leftrightarrow t; y \Leftrightarrow v; y' \Leftrightarrow \frac{dv}{dt}; a \Leftrightarrow -\frac{k}{m}; b \Leftrightarrow g$$

$$2/ \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$$

3/ $a < 0$; Le coefficient directeur de la tangente diminue au cours du temps jusqu'à devenir nul. Le signe négatif traduit la présence de forces ou de processus qui « freinent » ou stabilisent la grandeur étudiée. Cela signifie que le système tend vers une limite plutôt que de croître indéfiniment.

$$4/ \frac{m.s^{-1}}{s} = \text{unité} \times m.s^{-1} + m.s^{-2} \Leftrightarrow m.s^{-2} = \text{unité} \times m.s^{-1}. \text{ L'unité de } a \text{ est } 1/s \text{ soit } s^{-1}.$$

Document n°3 – dossier 3 à compléter par les élèves

Rappels théoriques du dossier 3

Classer les équations différentielles

Classer les équations différentielles en fonction de la valeur de b et établir l'unité de b dans le cas de l'étude temporelle de la grandeur v .

Il existe deux catégories d'équation différentielle linéaire du premier ordre. Elles se distinguent par la valeur de b .

Si $b = 0$, l'équation différentielle est de la forme :

$$y' = ay$$
 Cette équation différentielle est dite **sans second membre**.

Si $b \neq 0$, l'équation différentielle est de la forme :

$$y' = ay + b$$
 Cette équation différentielle est dite **avec second membre**.

Feuille réponse du dossier 3

Classer les équations différentielles

Classer les équations différentielles en fonction de la valeur de b et établir l'unité de b dans le cas de l'étude temporelle de la grandeur v .

1/ Cocher dans la dernière colonne du tableau suivant, les équations différentielles du premier ordre qui peuvent qualifier d'équation différentielle avec second membre.

Une modification de l'équation peut être nécessaire.

	Equation différentielle	Reformulation de l'équation	$b \neq 0$
A/	$y' + 1,07y - 9,81 = 0$		☐
B/	$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$		☐
C/	$mg - kv = m \frac{dv}{dt}$		☐

2/ Préciser, pour les équations différentielles qualifiées d'équations différentielles avec second membre, l'expression de b en fonction des grandeurs du système.

3/ Montrer que l'unité de b pour la seconde équation est $m \cdot s^{-2}$ sachant que l'unité de $\frac{k}{m}$ est s^{-1} .

Correction du dossier 3

1 et 2/ Pour les cas A, B et C : $b \neq 0$.

A/ $y' + 1,07y - 9,81 = 0 \Leftrightarrow y' = -1,07y + 9,81$ donc $b = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

B/ $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$ donc $b = g$.

C/ $mg - kv = m \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$ donc $b = g$.

3/ $\frac{m \cdot \text{s}^{-1}}{s} = s^{-1} \times m \cdot \text{s}^{-1} + \text{unité}$ soit unité est en $\frac{m \cdot \text{s}^{-1}}{s} = m \cdot \text{s}^{-2}$.

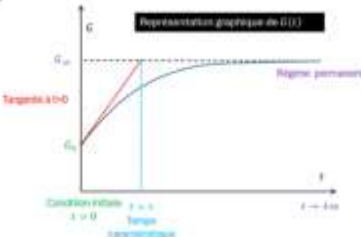
Document n°4 – dossier 4 à compléter par les élèves

Rappels théoriques du dossier 4

Interpréter les coefficients a et b

- ❶ Exploiter la courbe associée à $v(t)$ pour identifier le régime permanent et estimer le temps caractéristique
- ❷ Exploiter la courbe associée à $v(t)$ pour donner du sens aux coefficient a et b

Soit G une grandeur physique ou chimique, fonction du temps définie sur l'intervalle $[0; \tau]$ ou $[0; \tau_0[$.



Définition 1 : La condition initiale

La condition initiale est la donnée de la valeur de $G(t)$ à l'instant $t = 0$: $G(t=0) = G_0$.

Définition 2 : Le régime permanent

Le régime permanent est l'état du système étudié lorsque la grandeur $G(t)$ ne varie plus au cours du temps : G_0 ou $G_{\text{lim}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} G(t)$.

Définition 3 : Le temps caractéristique

Le temps caractéristique τ est une durée qui donne une idée de la rapidité avec laquelle un système évolue pour atteindre son régime permanent : $G(5\tau) = G_{\text{lim}}$.

Détermination graphique du temps caractéristique τ :

- ❶ Tracer la tangente à la courbe $G(t)$ à l'instant $t = 0$.
- ❷ Tracer la droite (appelée asymptote) indiquant la valeur du régime permanent G_{lim} .
- ❸ Déterminer les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites : la valeur de l'abscisse du point d'intersection des deux droites est égale à τ .

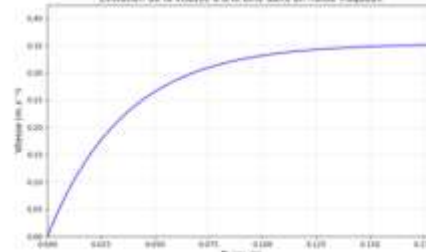
❹ Détermination par le calcul de τ : $G(t = \tau) = 0,63 G_{\text{lim}}$ (uniquement si $G(t)$ est croissante).

Feuille réponse du dossier 4

Interpréter les coefficients a et b

- ❶ Exploiter la courbe associée à $v(t)$ pour identifier le régime permanent et estimer le temps caractéristique
- ❷ Exploiter la courbe associée à $v(t)$ pour donner du sens aux coefficient a et b

Évolution de la vitesse d'une bille dans un fluide visqueux



- 1/ Lire la valeur initiale de la vitesse v_0 et la valeur de la vitesse v_{lim} lorsque le régime permanent est atteint.

Noter les valeurs lues dans les cadres respectifs ci-dessous.

- 2/ Réaliser les constructions nécessaires pour déterminer le temps caractéristique τ . Noter sa valeur dans le cadre réservé à cet effet.
- 3/ L'équation différentielle est : $y' = -27,7y + 9,81$.

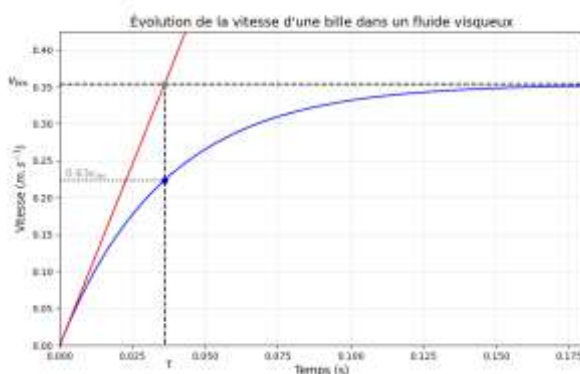
3.1/ Comparer la valeur de τ au quotient $-\frac{1}{a}$. Conclure.

3.2/ Comparer la valeur de v_{lim} au quotient $-\frac{b}{a}$. Conclure.

Condition initiale	Temps caractéristique	Régime permanent
--------------------	-----------------------	------------------

Correction du dossier 4

1 et 2/ $v_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$; $\tau = 0,36 \text{ ms}$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = v_{\text{lim}} = 0,35 \text{ m.s}^{-1}$.



3.1/ D'après l'équation $y' = -27,7y + 9,81 = 0$; $a = -27,7 \text{ s}^{-1}$ et $-\frac{1}{a} \approx 0,036 \text{ s}$ soit 36 ms. On peut en déduire que $a = -\frac{1}{\tau}$.

3.2/ L'équation $y' = -27,7y + 9,81$ permet d'écrire que $-\frac{b}{a} = \frac{-9,81}{-27,7} = 0,35 \text{ m.s}^{-1} \approx v_{\text{lim}}$.

On peut donc conclure que $v_{\text{lim}} = \frac{-b}{a}$.

Document n°5 – bilan de la séance 1 à compléter par les élèves

AUTOPSIE d'une ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Cartes de mémorisation de la séance 1
<https://cardshare.com/autodiffere/0/3/5/7/568/56801/>

DÉFINITION

POURQUOI S'INTÉRESSER AUX ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ?

DOSSIER 1 : Équation différentielle ou pas
est une équation différentielle
n'est pas une équation différentielle

DOSSIER 2 : Comment passer d'une écriture à l'autre ?
 Soit G une grandeur physique ou chimique, fonction du temps définie sur l'intervalle $[0 ; t_f]$ ou $[0 ; t_\infty[$.

$y' = ay + b$	x	y	y'
$\Leftrightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\Leftrightarrow$

Remarque sur le signe de a

DOSSIER 3 : Comment classer les équations différentielles ?

⚠ a et b ont des unités.

DOSSIER 4 : Interpréter a et b avec G(t)
 Condition initiale :
 Régime permanent :
 Temps caractéristique τ :

Correction du bilan de la séance 1

DÉFINITION

Une équation différentielle est une équation dont l'inconnue est une fonction. Elle s'exprime comme une relation entre cette fonction et ses dérivées.

POURQUOI S'INTÉRESSER AUX ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ?

La résoudre permet d'anticiper l'évolution d'un système.

DOSSIER 1 : Équation différentielle ou non ?

$y' = ay + b$ est une équation différentielle

$y = ax + b$ n'est pas une équation différentielle

DOSSIER 2 : Comment passer d'une écriture à l'autre ?

Soit G une grandeur physique ou chimique, fonction du temps définie sur l'intervalle $[0 ; t_f]$ ou $[0 ; t_\infty[$.

$$x \Leftrightarrow t ; y \Leftrightarrow G ; y' \Leftrightarrow \frac{dG}{dt} ; y' = ay + b \Leftrightarrow \frac{dG}{dt} = aG + b.$$

Signe de « a » : souvent $a < 0$, l'évolution temporelle est limitée/freinée/stabilisée au bout d'un certain temps le temps caractéristique τ .

DOSSIER 3 : Comment classer les équations différentielles ?

$y' = ay + b$ avec $b = 0$ ou $b \neq 0$. Attention : a et b ont des unités.

DOSSIER 4 : Interpréter a et b avec $G(t)$

Condition initiale : c'est la donnée de la valeur de la grandeur à $t = 0$ s : $G(t = 0) = G_0$.

Régime permanent : on suppose que la grandeur tend vers une constante donc sa dérivée tend vers 0 : $G_\infty = -\frac{b}{a}$.

Temps caractéristique τ : Après une durée $\Delta t = 5\tau$ (avec $\tau = \frac{-1}{a}$), on considère que le régime permanent est atteint.

Préparation de la Séance 2

Document n°6 – ticket d'entrée à la séance 2 à compléter par les élèves

Ticket d'entrée à compléter	Prénom :	Cage du compteur 
	Écrire la forme de la solution de l'équation différentielle : $y' = ay + b$	Calculer la dérivée de la fonction $f(x) = 1 - e^{2x}$ $f'(x) = \dots\dots\dots$
	Préciser la valeur de e^0 $e^0 = \dots\dots\dots$	Retrouver la valeur de $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \dots\dots\dots$

Correction du ticket d'entrée de la séance 2

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme :

$$x \mapsto C e^{ax} - \frac{b}{a}, \text{ où } C \in \mathbb{R}.$$

$$e^0 = 1 ;$$

$$\text{Pour } f(x) = 1 - e^{2x}, \text{ on a : } f'(x) = 0 - 2e^{2x} = -2e^{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$$

Séance 2 : Dompter les équations différentielles

Document n°7 – dossier 5 à compléter par les élèves

Rappels théoriques du dossier 5

Technique : VÉRIFIER

Vérifier qu'une fonction est solution d'une équation différentielle

Soit G une grandeur physique ou chimique, fonction du temps définie sur l'intervalle $[0 ; t_f]$ ou $[0 ; t_m]$.

1. Écrire l'équation différentielle sous la forme : $\frac{dG}{dt} = \dots$
2. La dérivée de la fonction doit être « seule » à gauche du signe « = »
3. Écrire la fonction $G(t)$ et calculer sa dérivée $\frac{dG}{dt}$
4. Écrire le membre de gauche en remplaçant $\frac{dG}{dt}$ par son expression en fonction de t .
Sur une nouvelle ligne écrire le membre de droite en remplaçant G par son expression en fonction de t .
 Il peut être nécessaire de simplifier les expressions.
5. Vérifier (éventuellement après la simplification) que le membre de droite est identique au membre de gauche.
6. Conclure avec les notations de l'énoncé.

Mathématiques
(Lagrange)

$$y' = ay + b$$

x	y	y'
0	0	0

Physique-chimie
(Leibniz)

$$\frac{dG}{dt} = av + b$$

t	G	$\frac{dG}{dt}$

Feuille réponse du dossier 5

Technique : VÉRIFIER

Vérifier qu'une fonction est solution d'une équation différentielle

PARTIE A

Vérifier que la fonction $y(x) = 9,1(1 - e^{-1,1x})$ est solution de l'équation différentielle $y' = -1,1y + 10$ et qu'elle vérifie la condition initiale $y(0) = 0$ sur l'intervalle $[0 ; 40]$.

RECTO-VERSO

Correction du dossier 5

PARTIE A

Commençons par vérifier que la condition initiale est satisfaite :

$$y(0) = 9,1(1 - e^{-1,1 \times 0}) = 9,1(1 - e^0) = 9,1 \times 0 = 0$$

Il faut ensuite vérifier que l'équation différentielle est satisfaite.

L'équation différentielle s'écrit : $y' = -1,1y + 10$.

La dérivée de la solution $y(x)$ est $y'(x) = (-9,1) \times (-1,1)e^{-1,1x} = 10e^{-1,1x}$.

Le membre de gauche est égal $10e^{-1,1x}$.

Le membre de droite est égal à $(-1,1) \times 9,1(1 - e^{-1,1x}) + 10 = 10e^{-1,1x}$

Après simplification, le membre de droite est identique au membre de gauche.

Conclusion : $y(x) = 9,1(1 - e^{-1,1x})$ est solution de l'équation $y' = -1,1y + 10$.

PARTIE B

L'équation différentielle s'écrit : $m \frac{dv}{dt} = mg - kv \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{-k}{m}v + g$

Avec $\frac{-k}{m} = \frac{-0,1 \text{ kg.s}^{-1}}{2 \text{ kg}} = -0,05 \text{ s}^{-1}$ et $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, on peut l'écrire : $\frac{dv}{dt} = -0,05v + 9,8$

La dérivée de $v(t) = 196 - 194e^{-0,05t}$ est : $\frac{dv}{dt} = 0 + (-0,05) \times (-194) e^{-0,05t} = 9,7e^{-0,05t}$.

Le membre de gauche est égal à $9,7e^{-0,05t}$.

Le membre de droite est égal à $-0,05 \times (196 - 194e^{-0,05t}) + 9,8 \times 9,7e^{-0,05t}$.

Après simplification le membre de droite est identique au membre de gauche.

Conclusion : $v(t) = 196 - 194e^{-0,05t}$ est solution de l'équation $\frac{dv}{dt} = -0,05v + 9,8$

Pour les plus rapides :

On calcule la dérivée de $v(t)$: $\frac{dv}{dt} = 0 - \left(\frac{gm}{k} \times \left(\frac{-k}{m} \right) e^{\frac{-k}{m}t} \right) = ge^{\frac{-k}{m}t}$.

Le membre de gauche est égal à : $ge^{\frac{-k}{m}t}$.

Le membre de droite est égal à :

$$\frac{-k}{m}v(t) + g = \frac{-k}{m} \times \left(\frac{gm}{k} \left(1 - e^{\frac{-k}{m}t} \right) \right) + g = -g \left(1 - e^{\frac{-k}{m}t} \right) + g = ge^{\frac{-k}{m}t}.$$

Le membre de gauche est égal au membre de droite

Conclusion : donc $v(t) = \frac{gm}{k} \left(1 - e^{\frac{-k}{m}t} \right)$ est solution de l'équation $\frac{dv}{dt} = \frac{-k}{m}v + g$.

Document n°8 – dossier 6 à compléter par les élèves

Rappels théoriques du dossier 6

Technique : RÉSOUTRE

Résoudre une équation différentielle et déterminer la solution, la condition initiale étant connue

1. Écrire l'équation différentielle sous la forme :

$$y' = ay \text{ ou } y' = ay + b$$

La dérivée de la fonction doit être « seule » à gauche du signe =

Écrire la forme des solutions de l'équation :

$$y = Ce^{ax} \text{ ou } y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$$

avec C un nombre indépendant du temps

2. Déterminer la solution qui respecte la condition initiale c'est-à-dire chercher la valeur de C qui vérifie la condition initiale :

$y(0) = \dots$
En déduire : $C = \dots$

3. Conclure en donnant l'expression $y(x)$.

Mathématiques
(Lagrange)

$y' = ay + b$
 $\Downarrow$
 $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$

x	y	y'
0	0	0

Physique-chimie
(Leibniz)

$\frac{dG}{dt} = av + b$
 $\Downarrow$
 $G = \frac{a}{t} + \frac{b}{a}$

t	G	dG/dt
0	0	0

Feuille réponse du dossier 6

Technique : RÉSOUTRE

Résoudre une équation différentielle et déterminer la solution, la condition initiale étant connue

Dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, on étudie le mouvement d'une molécule d'acide aminé (la glycine $\text{NH}_3^+ - \text{CH}_2 - \text{COOH}$) de charge positive. Soumise à l'action d'un champ électrostatique $\vec{E}$ supposé uniforme, on considère que les seules forces qui influent sur son mouvement sont la force électrostatique et la force de frottement visqueux.

Extrait sujet 0 TSTL PCM

On montre que la vitesse de la glycine obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{dv}{dt} = -17 \times 10^9 v + 55 \times 10^6$$

où la vitesse v est exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et t le temps en s.

1/ Déterminer la solution générale de l'équation différentielle de fonction inconnue v .

2/ Sachant que $v(0) = 0$, déterminer la solution de l'équation différentielle avec des coefficients exprimés avec deux chiffres significatifs.

RECTO-VERSO

Extrait du dossier 6 à compléter par l'élève

Correction du dossier 6

L'équation différentielle peut s'écrire : $\frac{dv}{dt} = -17 \times 10^9 v + 55 \times 10^6$.

Cette équation est de la forme : $y' = ay + b$, les solutions de cette équation sont les fonctions de la forme : $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ avec C est une constante réelle quelconque.

Les solutions de cette équation sont donc les fonctions v de la forme :

$$v(t) = Ce^{-17 \times 10^9 t} + \frac{55 \times 10^6}{17 \times 10^9}$$

$$v(t) = Ce^{-17 \times 10^9 t} + 3,2 \times 10^{-3}, \text{ où } C \text{ est un réel.}$$

$$v(0) = 0 \text{ signifie que : } Ce^{-17 \times 10^9 \times 0} + 3,2 \times 10^{-3} = 0 \text{ soit } C + 3,2 \times 10^{-3} = 0$$

$$\text{d'où } C = -3,2 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$\text{Finalement, } v(t) = 3,2 \times 10^{-3}(1 - e^{-17 \times 10^9 t}).$$

Pour les plus rapides

$$\frac{dv}{dt} + 1,125 \times 10^6 v = 1,811 \text{ peut se mettre sous la forme : } y' = -1,125 \times 10^6 y + 1,811.$$

Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions de la forme :

$$v(t) = Ce^{-1,125 \times 10^6 t} + \frac{1,811}{1,125 \times 10^6}$$

La vitesse initiale de l'hématie est nulle, ce qui se traduit donc par $v(0) = 0$.

On a donc :

$$Ce^{-1,125 \times 10^6 \times 0} + 1,610 \times 10^{-6} = 0 \text{ soit } C + 1,610 \times 10^{-6} = 0 \text{ d'où } C = -1,610 \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-1}.$$

$$\text{Finalement, } v(t) = -1,610 \times 10^{-6} e^{-1,125 \times 10^6 t} + 1,610 \times 10^{-6} \text{ soit}$$

$$v(t) = 1,610 \times 10^{-6} (1 - e^{-1,125 \times 10^6 t}).$$

Document n°9 – bilan de la séance 2 à compléter par les élèves

DOMPTER une ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Cartes de mémorisation de la séance 2
<https://drive.google.com/drive/folders/1G5T781Bz7Yp4g>



Technique : VÉRIFIER
 Vérifier que $v(t) = 196 - 194 e^{-0,05t}$ est solution de l'équation $\frac{dv}{dt} = -0,05v + 9,8$.

1. L'équation différentielle est :
2. La fonction à valider comme solution est :
 Sa dérivée est :
3. Le membre de gauche de l'équation est égal à :
 Le membre de droite de l'équation est égal à :
4. Après simplification, les deux membres sont identiques.
5. Conclusion :

Technique : RÉSOUDRE
 Déterminer la forme générale des solutions de l'équation $\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{20}v + 9,8$, puis l'unique solution telle que $v(t=0) = 0$.
 Les grandeurs utiles à la résolution sont :

x	y	y'	a	b

1. L'équation différentielle est :
 Pour une équation différentielle de la forme :
 Les solutions de cette équation sont les fonctions de la forme :
2. On détermine maintenant l'unique solution qui vérifie la condition initiale :
3. Conclusion :

Correction du bilan de la séance 2

Technique : VÉRIFIER

Vérifier que $v(t) = 196 - 194e^{-0,05t}$ est solution de l'équation $\frac{dv}{dt} = -0,05v + 9,8$.

1. L'équation différentielle est : $\frac{dv}{dt} = -0,05v + 9,8$.

2. La fonction à valider comme solution est : $v(t) = 196 - 194e^{-0,05t}$.

Sa dérivée est $\frac{dv}{dt} = 0 + (-0,05) \times (-194)e^{-0,05t} = 9,7e^{-0,05t}$.

3. Le membre de gauche de l'équation est égal à : $9,7e^{-0,05t}$.

Le membre de droite de l'équation est égal à

$$-0,05 \times (196 - 194e^{-0,05t}) + 9,8 = -9,8 + 9,7e^{-0,05t} + 9,8 = 9,7e^{-0,05t}$$

4. Après simplification, les deux membres sont identiques.

5. Conclusion : $v(t) = 196 - 194e^{-0,05t}$ est solution de l'équation $\frac{dv}{dt} = -0,05v + 9,8$.

Technique : RÉSOUDRE

Déterminer la forme générale des solutions de l'équation $\frac{dv}{dt} = \frac{-k}{m}v + g$, puis l'unique solution telle que $v(t=0) = 0$.

Les grandeurs utiles à la résolution sont :

$$x \Leftrightarrow t ; y \Leftrightarrow v ; y' \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} ; a \Leftrightarrow -\frac{k}{m} ; b \Leftrightarrow g$$

1. L'équation différentielle est : $\frac{dv}{dt} = \frac{-k}{m}v + g$,

Pour une équation différentielle de la forme : $y' = ay + b$

Les solutions de cette équation sont les fonctions de la forme : $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$.

$$\text{soit } v = Ce^{\frac{-k}{m}t} - \frac{g}{\frac{-k}{m}} = Ce^{\frac{-k}{m}t} + \frac{mg}{k}.$$

2. On détermine maintenant l'unique solution qui vérifie la condition initiale $v(t=0) = Ce^0 + \frac{mg}{k} = C + \frac{mg}{k}$. Comme $v(t=0) = 0$, $C + \frac{mg}{k} = 0$ donc $C = -\frac{mg}{k}$.

3. Conclusion : $v = -\frac{mg}{k}e^{\frac{-k}{m}t} + \frac{mg}{k}$.

Fiche récapitulative

Document n°10 – fiche ED 1 à compléter par les élèves (chute d'un solide dans un fluide visqueux)

ED 1

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$$

IDENTITÉS

Équation	Solution
$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$	$v = -\frac{mg}{k} + \frac{mg}{k}e^{-\frac{k}{m}t}$ Condition initiale : $v(0) = 0$

x	y	y'	a	b	C
0	0	0	$-\frac{k}{m}$	g	$-\frac{mg}{k}$

ÉVOLUTION

Evolution de la vitesse d'une bille dans un fluide visqueux

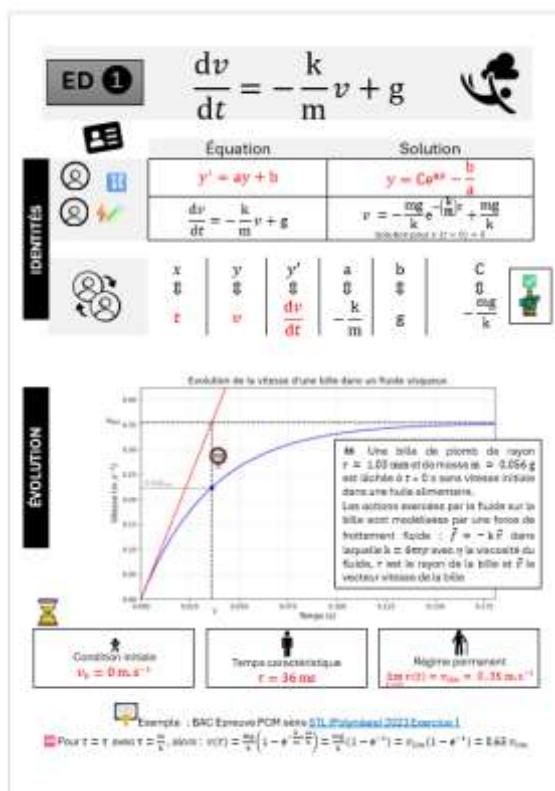
M. Une bille de pierre de rayon $r = 1,03 \text{ mm}$ et de masse $m = 0,856 \text{ g}$ est lâchée à $t = 0$ s sans vitesse initiale dans une huile alimentaire. Les actions exercées par le fluide sur la bille sont modélisées par une force de frottement fluide : $\vec{f} = -k\vec{v}$ dans laquelle k se mesure avec la viscosité du fluide, r est le rayon de la bille et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de la bille.

Condition initiale Temps caractéristique Régime permanent

Exemple : BAC Espé. PC-M série 021, Physique 2021 Exemple 1
 Pour $t = 0$ s, avec $v = 0$, on a : $v(t) = -\frac{mg}{k}(1 - e^{-\frac{k}{m}t}) = \frac{mg}{k}(1 - e^{-\frac{k}{m}t}) = v_{\text{lim}}(1 - e^{-\frac{k}{m}t}) = 3,43 \text{ m/s}$

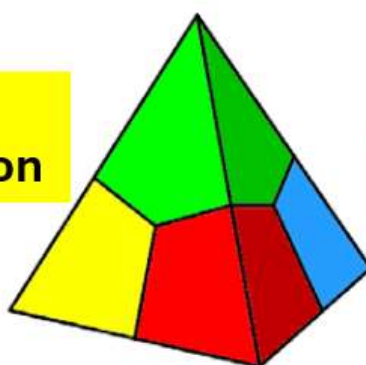
Les 7 exemples à compléter par les élèves sont disponibles dans le fichier regroupant tous les documents élèves modifiables.

Document n°11 – correction de la fiche ED 1 (chute d'un solide dans un fluide visqueux)



L'ensemble des 7 fiches corrigées se trouve dans le fichier regroupant tous les documents élèves modifiables.

Utilisation du Tétra-aide

tout va bien**Besoin
d'une précision****on a fini
on s'ennuie****nous sommes
totalement perdus**