



**RÉPUBLIQUE
FRANÇAISE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Concours général du collège

**Exemple de sujet pour l'épreuve de
mathématiques et sciences**

Durée 2 heures 30 minutes

En l'an 2000, la myopie touchait environ 23 % de la population mondiale. À l'heure actuelle, la proportion d'individus myopes à l'échelle mondiale est de l'ordre de 30 %, et on estime que ce pourcentage pourrait passer la barre symbolique des 50 % en 2050.

Ce sujet s'intéresse, sous l'angle de plusieurs disciplines, à l'œil en général, et à un de ses possibles dysfonctionnements, la myopie, en particulier. Il est composé de trois parties indépendantes :

Partie 1 : Fonctionnement de l'œil emmétrope (ou œil normal)

Partie 2 : L'œil myope

Partie 3 : Une méthode pour ralentir le développement de la myopie chez les enfants et les adolescents

Ces trois parties couvrent les champs disciplinaires des sciences de la vie et de la Terre, des mathématiques et de la physique-chimie, chaque champ disciplinaire comptant pour un tiers des points de l'épreuve.

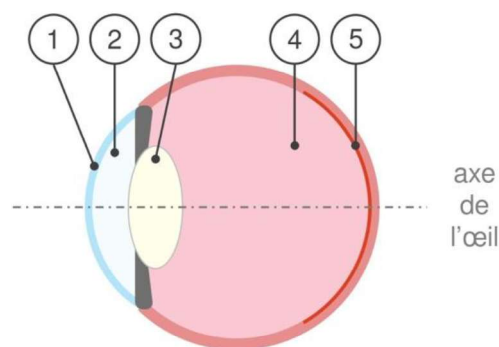
Le questionnement s'appuie sur un ensemble de documents regroupés à la fin du sujet.

QUESTIONS

Partie 1 : Fonctionnement de l'œil emmétrope (ou œil « normal »)

L'œil est un organe possédant une structure complexe, décrite dans les **documents 1 et 2**. Dans ce sujet, on raisonnera sur la structure simplifiée, présentée sur le schéma ci-contre.

Selon ce modèle simplifié, la lumière qui pénètre dans l'œil rencontre cinq milieux successifs, dont les fonctions sont précisées par le tableau ci-dessous.



1	Couche transparente à l'avant de l'œil
2	Liquide transparent qui remplit la cavité antérieure de l'œil
3	Élément qui fait converger la lumière vers la membrane située au fond de l'œil
4	Liquide transparent qui remplit la cavité centrale de l'œil
5	Membrane au fond de l'œil sur laquelle se forme l'image de l'objet observé

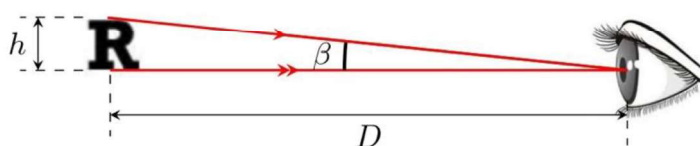
Q1. Nommer, à l'aide des **documents 1 et 2**, les éléments constitutifs de l'œil numérotés de 1 à 5 sur le schéma simplifié ci-dessus.

Q2. À l'aide des **documents 2 et 3**, expliquer comment l'œil réussit à former une image nette sur la rétine, quand l'objet observé est proche ou quand il est éloigné.

Q3. Donner, par lecture graphique du **document 3**, la valeur de la vergence V du cristallin d'un œil normal pour un objet se trouvant au *punctum proximum* ($D = 25 \text{ cm}$), puis à une distance $D = 6 \text{ m}$.

En plus du phénomène d'accommodation, la capacité à voir un objet net dépend du pouvoir séparateur de l'œil, noté α , qui correspond à un angle. Pour un individu ne présentant pas de trouble de la vision, le pouvoir séparateur est égal à $(1/60)^\circ \approx 1,67 \times 10^{-2}^\circ$.

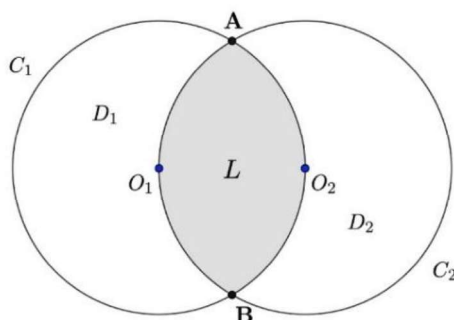
Ce pouvoir séparateur peut être mesuré par les ophtalmologues grâce à un tableau de Snellen (**document 4**). Toutes les lettres situées sur une ligne du tableau ont la même hauteur h . Le patient, dont l'œil est situé à la distance D du tableau, voit chacune des lettres sous l'angle apparent β , défini sur le schéma suivant. Si $\beta \geq 5\alpha$, la lettre observée est vue nette par le patient ; sinon, elle apparaît floue.



Q4. Montrer, en expliquant la démarche suivie, que la valeur $\alpha = (1/60)^\circ \approx 1,67 \times 10^{-2}^\circ$ est en accord avec le cas du patient A, sans trouble de la vision, présenté dans le **document 4**.

En mathématiques, une lentille est la forme géométrique qui représente, dans une modélisation simplifiée à deux dimensions, le cristallin de l'œil. Plus précisément, une lentille est l'intersection de deux disques qui se chevauchent.

On étudie un cas particulier où le cercle C_1 (bord du disque D_1) passe par le centre O_2 du cercle C_2 , tandis que le cercle C_2 (bord du disque D_2) passe par le centre O_1 du cercle C_1 . Les deux cercles ont pour intersection les points A et B et la lentille L est l'intersection de deux disques D_1 et D_2 :



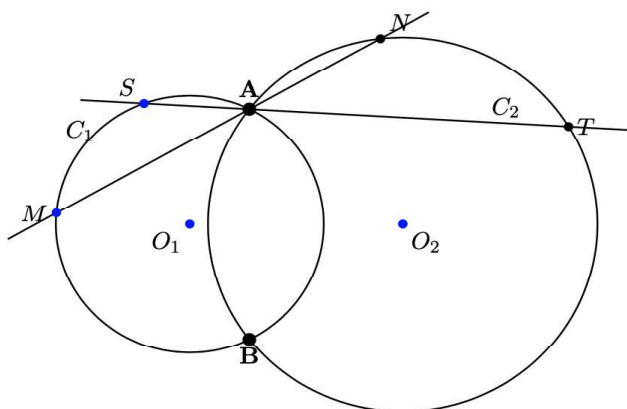
Q5. Justifier que les deux cercles C_1 et C_2 ont le même rayon. On le notera R .

Q6. Démontrer que la droite (O_1O_2) est la médiatrice du segment $[AB]$.

Q7. Préciser la nature du quadrilatère O_1AO_2B . Justifier la réponse et déterminer ensuite l'aire de ce quadrilatère en fonction du rayon R .

Q8. Déterminer l'aire de la lentille L en fonction du rayon R .

Considérons maintenant le cas plus général d'une lentille délimitée par deux disques de rayons quelconques, comme sur la figure ci-contre. Soient A et B , les points d'intersection entre un cercle C_1 de rayon r et un cercle C_2 de rayon R avec $r < R$.



On dira alors qu'un point M situé sur C_1 et un point N situé sur C_2 vérifient la propriété $\mathcal{P}$ si la droite (MN) passe par le point A . Par exemple, dans la figure ci-dessus les couples de points (M, N) et (S, T) vérifient la propriété $\mathcal{P}$.

Q9. Justifier que les triangles MBN et SBT sont semblables. On pourra utiliser le théorème de l'angle inscrit énoncé dans le **document 5**.

Q10. Trouver un point P sur C_1 et un point Q sur C_2 tels que les points P et Q soient les plus éloignés l'un de l'autre tout en vérifiant la propriété $\mathcal{P}$. Justifier la réponse.

Partie 2 : L'œil myope

La myopie est un trouble de la vision qui se manifeste par une difficulté à voir correctement les objets éloignés, tandis que la vision de près reste parfaitement nette.

Q11. À l'aide des **documents 1 et 2**, proposer une ou plusieurs hypothèses sur l'origine anatomique de la myopie. Argumenter à partir des notions d'accommodation et de distance entre la surface de l'œil et la rétine (profondeur de l'œil).

La myopie est souvent associée à une profondeur excessive de l'œil. La profondeur de l'œil, également appelée longueur axiale (notée LA), est mesurable par échographie ultrasonore (**document 6**). La mesure nécessite de connaître la valeur de la vitesse v de propagation des ultrasons dans un œil humain. Le tableau ci-après donne les valeurs de la vitesse v dans les différentes couches de l'œil :

N° de la couche	①	②	③	④
Vitesse v (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	1641	1532	1657	1532

Afin de simplifier l'approche, on suppose que la vitesse v a la même valeur partout dans l'œil. Pour fixer cette valeur, deux choix sont possibles :

- Choix 1 : On calcule la valeur moyenne des vitesses de propagation dans les différentes couches de l'œil.
- Choix 2 : On adopte la valeur de la vitesse qui correspond à la couche la plus épaisse le long de l'axe de l'œil.

Q12. Choisir l'hypothèse la plus pertinente, en expliquant la (ou les) raison(s) qui motive(nt) ce choix. Donner alors la valeur de v qui en découle.

On s'intéresse au signal du **document 7**, recueilli lors de l'examen d'une patiente de sexe féminin, que nous appellerons « patiente X » par la suite. Sur ce signal, le pic « a » correspond à la réflexion sur la cornée, le pic « b » correspond à l'écho issu de la réflexion sur la face d'entrée du cristallin, etc.

Q13. Exploiter le signal simplifié présenté dans le **document 7** pour en déduire la valeur de la longueur axiale LA de l'œil de la patiente X.

Une étude réalisée en 2019 sur un panel constitué de 89 patients myopes et 54 patients non myopes, âgés de 9 à 18 ans, a permis de collecter les histogrammes de distribution des longueurs axiales des yeux de ces patients présentés sur le **document 8**.

Q14. Calculer, à partir du **document 8**, la valeur moyenne de la longueur axiale de l'œil parmi les patientes filles non myopes de l'échantillon.

Pour les filles myopes, la valeur moyenne de la longueur axiale de l'œil est de 24,55 mm.

Q15. Expliquer s'il est possible de conclure que la patiente X (âgée de 15 ans) est myope.

Afin d'étudier expérimentalement les causes du développement de la myopie, les chercheurs utilisent des souris en tant que modèle animal. Certaines sont dites normales, d'autres possèdent une mutation dans un de leurs gènes, elles sont nommées souris *Nob*.

Q16. Expliquer l'intérêt, dans le protocole du **document 9**, de comparer l'œil droit et l'œil gauche d'une même souris.

Q17. Comparer les résultats obtenus chez les souris normales au cours du temps selon que les yeux ont été ou non privés de lumière et en montrer en quoi le dispositif expérimental du **document 9** permet de simuler le développement de la myopie.

Q18. À partir du **document 10**, comparer l'évolution de la myopie chez les souris normales et les souris *Nob*.

Q19. À l'aide des résultats présentés dans les **documents 9** et **10**, montrer que le développement de la myopie est à la fois lié à des causes génétiques et à des causes environnementales.

Partie 3 : Une méthode pour ralentir le développement de la myopie chez les enfants et les adolescents

Plusieurs études ont montré que l'utilisation pendant plusieurs mois de gouttes pour les yeux, contenant 0,01 à 0,05 % en masse d'atropine, freinait le développement de la myopie en limitant la croissance de la longueur axiale des yeux des patients.

L'atropine existe sous deux formes distinctes : la forme « base » et la forme « sel ». La forme adoptée dépend du pH du milieu. La forme a notamment un impact sur les propriétés de solubilité de l'atropine, en solution aqueuse ou dans des solvants organiques comme le dichlorométhane (DCM).

	Condition d'observation	Solubilité dans l'eau et les solutions aqueuses	Solubilité dans le dichlorométhane (DCM)
Forme « base »	Milieu basique	Insoluble	Très soluble
Forme « sel »	Milieu acide	Très soluble	Insoluble

Les propriétés récapitulées dans le tableau ci-dessus peuvent être exploitées pour réaliser l'extraction de l'atropine contenue, à l'état naturel, dans les plantes comme le datura ou la mandragore. On considère par la suite le protocole présenté dans le **document 11**.

Q20. Indiquer sous quelle forme (base ou sel) se trouve l'atropine à l'issue de l'étape 2 du protocole d'extraction.

Q21. Proposer une méthode permettant de s'assurer que le milieu obtenu à l'issue de l'étape 3 est acide, puis indiquer dans quel bécher (A ou B) et sous quelle forme se trouve l'atropine à la fin de l'extraction.

Dans les flacons de gouttes pour les yeux, l'atropine se dégrade au bout de plusieurs mois en réagissant avec l'eau selon la réaction suivante :

	atropine	+	eau	→	acide tropique	+	molécule <u>M</u>
Formules chimiques	$C_{17}H_{23}NO_3$	+	H_2O	→	$C_9H_{10}O_3$	+	?

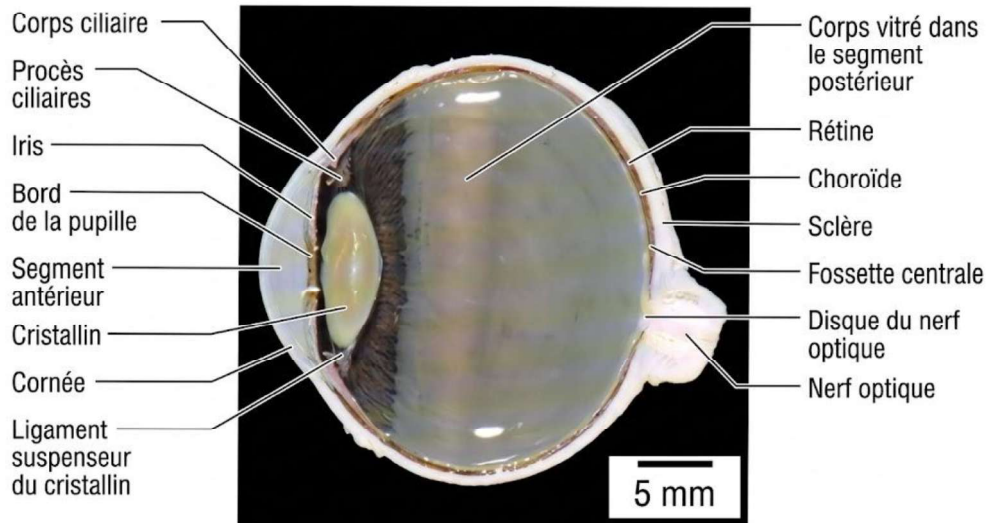
Au moment de sa fabrication, un flacon de gouttes pour les yeux contient 100 µg d'atropine, mais il ne contient ni acide tropique, ni molécule M. Au bout de 9 mois de conservation sans ouverture, ce même flacon contient 93,4 µg d'atropine et 3,8 µg d'acide tropique. Cette transformation de l'atropine en acide tropique consomme 0,4 µg d'eau.

Q22. Donner la formule chimique de la molécule M, puis calculer la masse de molécule M formée à l'intérieur du flacon après 9 mois.

■ FIN

DOCUMENTS

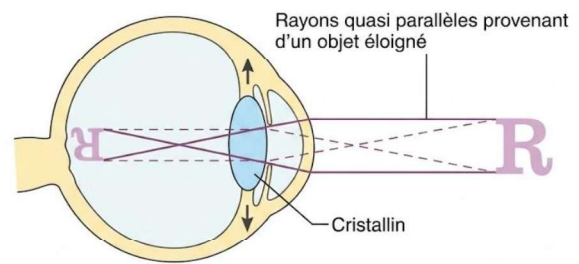
Document 1 : Structure interne de l'œil humain en coupe, photographie légendée



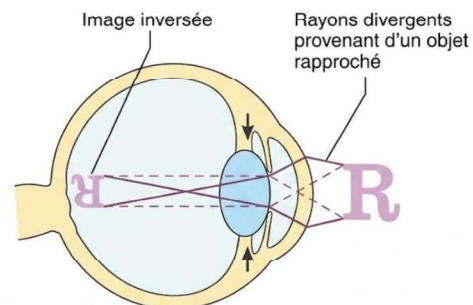
Document 2 : Description de l'œil, structure et mécanismes de l'accommodation

Un œil normal est constitué de :

- La chambre antérieure remplie d'humeur aqueuse, limitée d'un côté par la cornée, et de l'autre par le cristallin.
- Une lentille convexe, le cristallin, qui dévie les rayons lumineux vers la rétine. Le cristallin peut être déformé par le muscle ciliaire, ce qui lui donne une forme plus ou moins bombée et modifie sa capacité à faire converger la lumière derrière lui.
- La chambre centrale, qui occupe la plus grande partie du volume de l'œil et est remplie par l'humeur vitrée.
- La rétine, sur laquelle se projette l'image fournie par le cristallin. La distance entre la rétine et le centre du cristallin reste toujours constante.



(a) Aplatissement du cristallin pour la vision éloignée

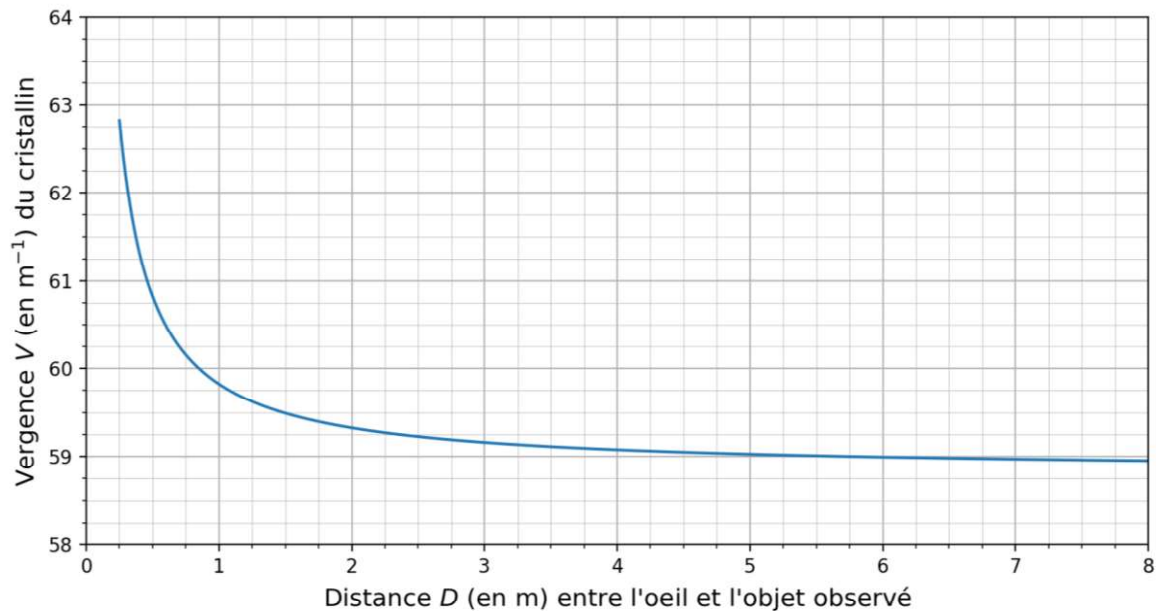


(b) Bombement du cristallin pour la vision rapprochée

L'accommodation est le phénomène par lequel l'œil adapte la forme du cristallin afin d'obtenir une image nette sur la rétine, quelle que soit la distance de l'objet observé. Lorsque les muscles ciliaires sont au repos, on dit que l'œil n'accomode pas. Dans ces conditions, on peut voir des objets situés à une distance maximale appelée *punctum remotum*, qui est infinie pour un œil normal. Lorsque l'œil accomode au maximum, l'œil peut voir nettement des objets situés à une distance minimale appelée *punctum proximum*, qui est d'environ 25 cm pour un œil normal moyen (en fait, ce *punctum proximum* varie beaucoup avec l'âge : plus faible chez les enfants, il s'accroît régulièrement au fil des ans).

Document 3 : Accommodation et vergence du cristallin

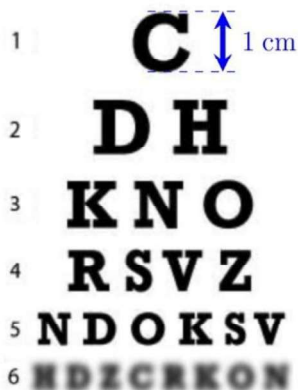
La capacité du cristallin à faire converger la lumière vers la rétine est caractérisée par une grandeur physique appelée vergence (notée V). Lorsque l'œil accommode pour observer un objet situé à la distance D , la valeur de la vergence V du cristallin est modifiée. Pour un œil normal, le lien entre la vergence V et la distance D est décrit par la courbe suivante :



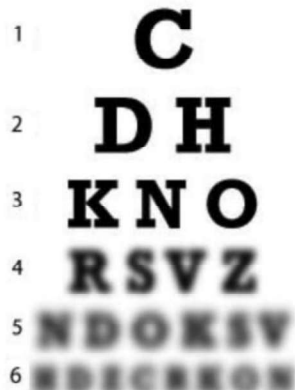
Document 4 : Vision du tableau de Snellen par trois patients distincts

Pour détecter si un patient est atteint de myopie, les ophtalmologues utilisent un tableau de Snellen : il s'agit d'un tableau composé de lettres, dont la taille diminue quand on passe d'une ligne à la suivante. Les lettres sont lues, un œil à la fois, par le patient, placé à une distance de 6 m du tableau. Sur la première ligne de ce tableau, la lettre « C » a une hauteur réelle de 1 cm, puis la taille des lettres diminue quand on passe d'une ligne à la suivante.

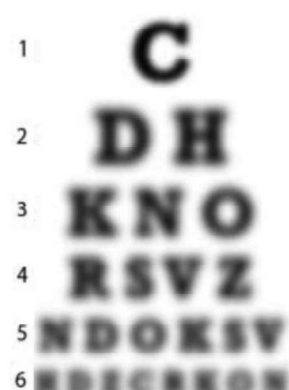
Patient A : sans trouble de la vision.



Patient B : atteint d'une myopie modérée.

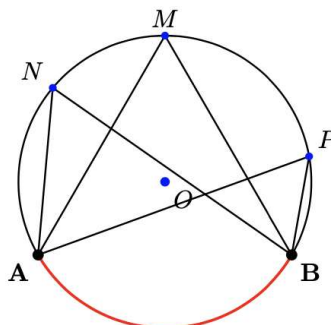


Patient C : atteint d'une forte myopie.



Document 5 : Théorème de l'angle inscrit

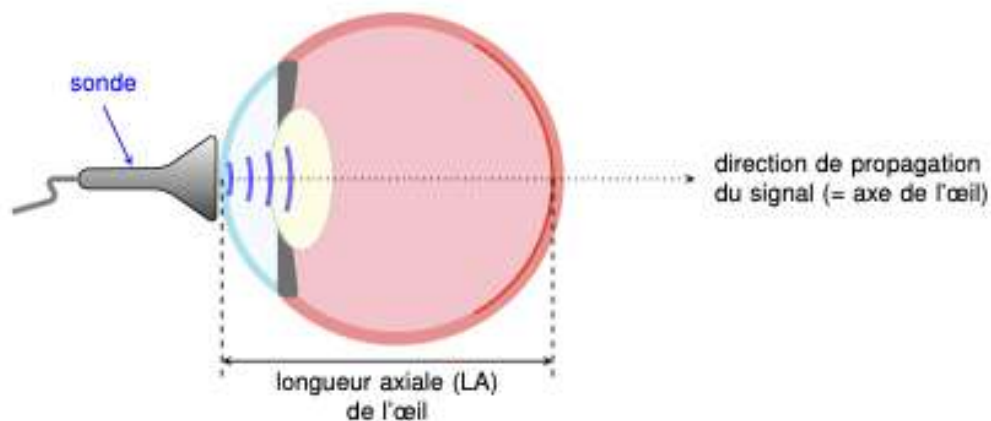
Soient A et B deux points sur un cercle et M un troisième point sur ce cercle, situé en dehors de l'arc $\widehat{AB}$. Alors l'angle $\widehat{AMB}$ ne dépend pas du point M. Autrement dit, si on prend un autre point N sur le cercle en dehors de l'arc $\widehat{AB}$, alors les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont égaux.



Par exemple, dans la figure ci-dessus, $\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = \widehat{APB}$.

Document 6 : Principe de l'échographie oculaire ultrasonore

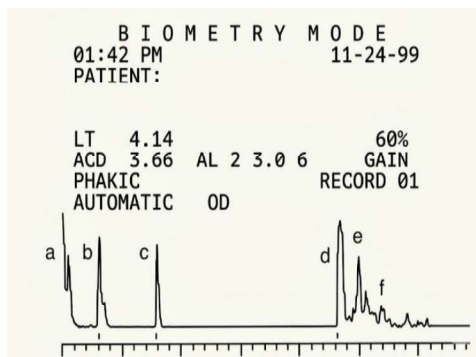
L'échographie ultrasonore est une technique d'imagerie médicale qui permet d'explorer l'intérieur du corps et/ou d'un organe. Dans le cas d'une échographie de l'œil, la sonde d'échographie est apposée directement sur la cornée.



Cette sonde émet des ultrasons de courte durée, qui traversent les différentes couches de l'œil, et sont renvoyés sous la forme d'échos à chaque fois qu'ils rencontrent une surface entre deux couches consécutives. Les échos sont ensuite recueillis et enregistrés par la sonde, ce qui permet notamment de mesurer la longueur axiale de l'œil.

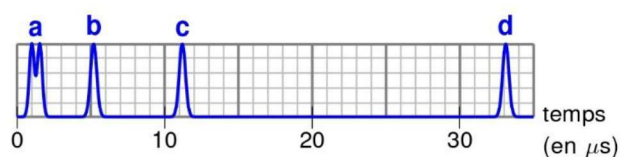
Document 7 : Signal enregistré lors de l'échographie oculaire de la patiente X

Signal visualisé sur l'écran de l'échographe :

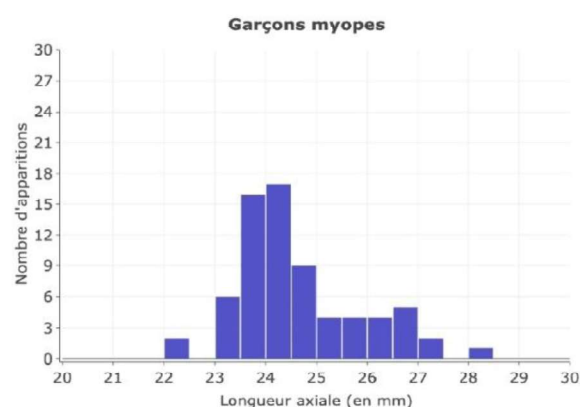
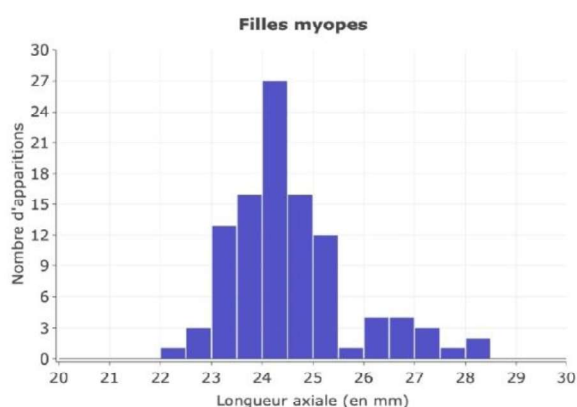
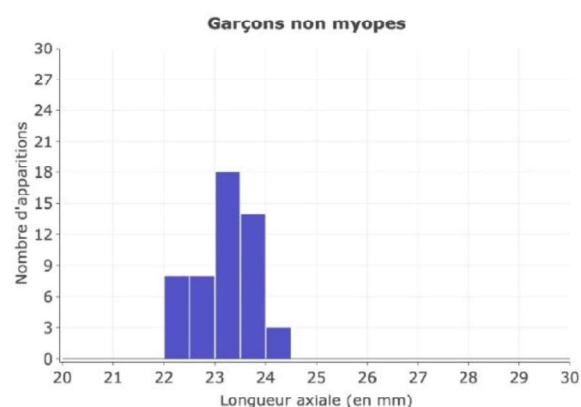
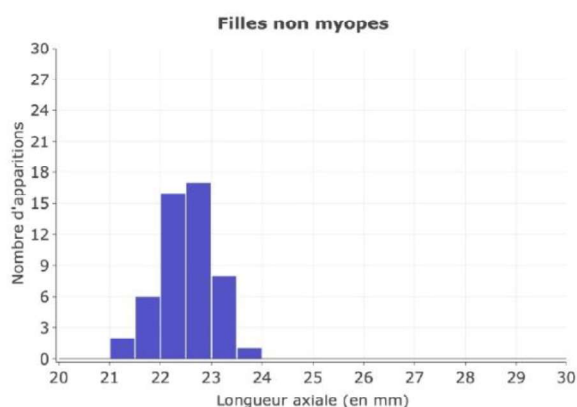


Dans le signal visualisé à l'échographe, les pics « e » et « f » correspondent à des échos issus de surfaces situées après la rétine et peuvent donc être ignorés pour la mesure de la longueur axiale de l'œil. Pour l'exploitation du signal, on pourra donc considérer la version simplifiée du signal représentée ci-dessous.

Signal « simplifié »



Document 8 : Distribution de la longueur axiale de l'œil au sein d'un panel de 143 jeunes.



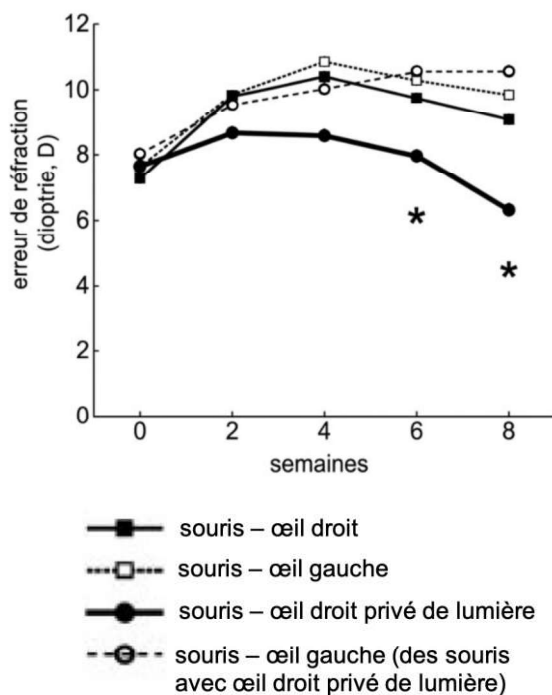
Document 9 : Simulation du développement de la myopie chez la souris

Afin d'identifier l'apparition de défauts de vision pendant le développement de l'œil, les chercheurs réalisent des mesures d'erreur de réfraction (unité : dioptrie, D). Plus l'erreur de réfraction augmente, plus l'œil montre un défaut de vision de loin ; réciproquement, la diminution de l'erreur de réfraction montre une tendance au développement de la myopie.

Les mesures ci-contre ont été réalisées sur deux groupes de souris normales et sur chacun de leurs yeux (droit et gauche). Pour un groupe de souris, l'œil droit a été privé de lumière en fixant des lunettes spéciales sur l'animal le temps de l'expérience.

Les mesures sont réalisées toutes les deux semaines à partir du début de l'expérience.

Les carrés et les ronds représentent les moyennes des mesures pour chaque groupe de souris. Les étoiles indiquent que les valeurs des mesures d'erreur de réfraction sont différentes, par comparaison statistique des moyennes obtenues pour chaque groupe de souris.



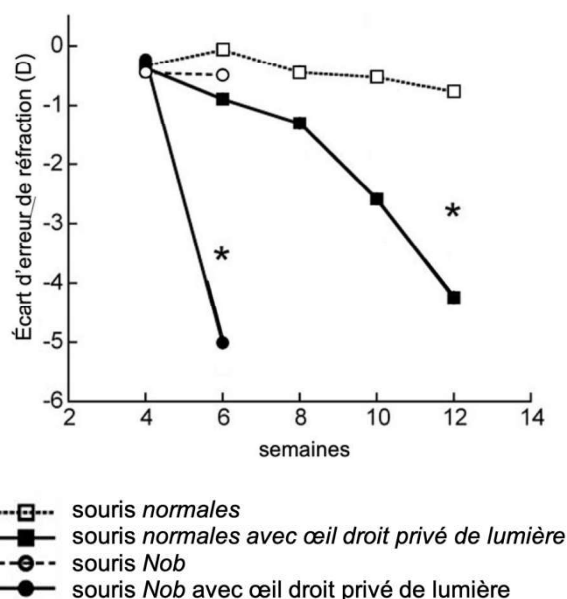
Document 10 : Étude d'une mutation génétique liée au développement de la myopie

Des études chez l'humain ont permis d'associer les mutations de certains gènes au développement de fortes myopies. On dispose de souris pour lesquelles un de ces gènes a subi une mutation : ces souris avec le gène muté constituent le groupe *Nob*.

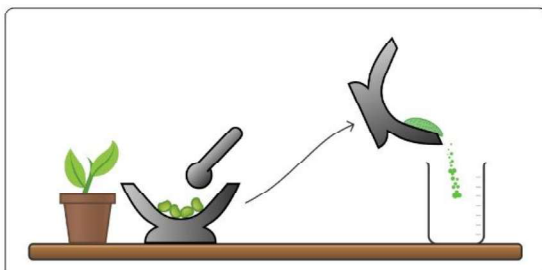
Le protocole utilisé pour le groupe de souris *Nob* est le même que celui utilisé pour les souris normales (**document 9**).

Le développement de la myopie est évalué par la mesure de l'écart entre l'erreur de réfraction de l'œil droit (privé de lumière) et de l'œil gauche. Plus la valeur est négative, plus la myopie est forte.

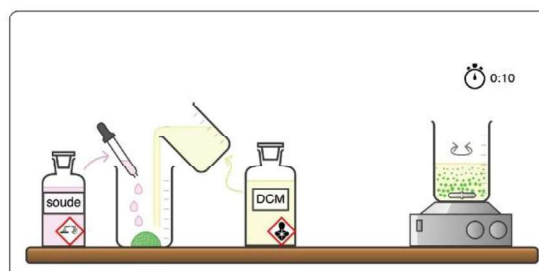
Les carrés et les ronds représentent les moyennes des mesures pour chaque groupe de souris. Les étoiles indiquent que les valeurs des mesures d'erreur de réfraction sont différentes, par comparaison statistique des moyennes obtenues pour chaque groupe de souris.



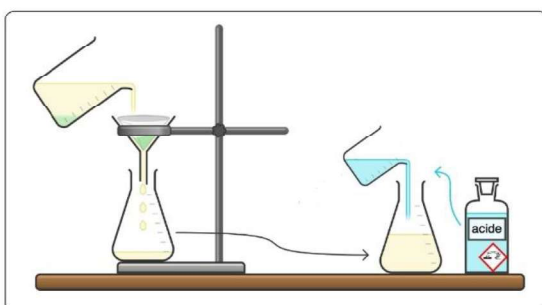
Document 11 : Protocole d'extraction de l'atropine à partir de graines de datura



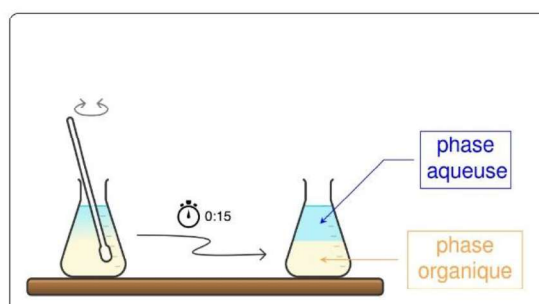
Étape 1 : Broyer quelques graines de la plante. Transférer la poudre obtenue dans un bécher.



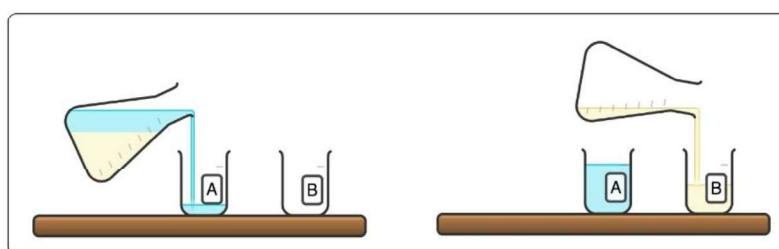
Étape 2 : Ajouter du DCM et 5 gouttes de soudé concentrée (milieu très basique). Mélanger.



Étape 3 : Filtrer le mélange. Récupérer le filtrat ; y ajouter un grand volume de solution aqueuse acide (jusqu'à obtenir un milieu acide).



Étape 4 : Mélanger vigoureusement, puis laisser reposer jusqu'à ce que les deux phases liquides (non miscibles) soient bien séparées.



Étape 5 : Récupérer chacune des deux phases liquides dans un bécher.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Coleman D.J., Lizzi F.L., Franzen L.A. & Abramson D.H., *Determination of the velocity of ultrasound in cataractous lenses: ultrasonography in ophthalmology*. (1975)
- Berton Baptiste, *Développement et étude de stabilité de solutions ophtalmiques d'atropine à 100 µg/mL (0,01%) pour la prévention de l'évolution de la myopie en pédiatrie*. Thèse de doctorat. (2022)
- Dey P., Kundu A. et al. *Analysis of alkaloids (indole alkaloids, isoquinoline alkaloids, tropane alkaloids), Recent Advances in Natural Products Analysis*. (2020)
- Document 1: adapté de Marieb, E. N. (1998). *Anatomie et physiologie humaines*. De Boeck Univ.
- Document 2 : texte adapté de *Les défauts de la vision*. (s.d.). Planet-Vie ENS.
- Document 7 : <https://doctor-hill.com/iol-power-calculations/ascan-biometry/applanation/>
- Document 8 : Golebiewska J., Biaea-Gosek K. et al, *Optical coherence tomography angiography of superficial retinal vessel density and foveal avascular zone in myopic children*. (2019)
- Documents 9 & 10 : adaptés de Pardue, M. T., Faulkner, A. E. et al, *High susceptibility to experimental myopia in a mouse model with a retinal ON pathway defect*. Investigative Ophthalmology & Visual Science, 49(2), 706–712. (2008)