

Évaluations nationales de début de CM2

Fiche d'intervention

Mathématiques

« Reconnaître un nombre entier à partir de sa décomposition additive » (Séquence 2, exercice 5)

Cette fiche a pour objectifs :

- dans un 1^{er} temps de **cibler les types de difficultés rencontrées au regard des attendus de CM1** ;
- dans un 2nd temps de **mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace dans la perspective des attendus de CM2**.

Les objectifs d'apprentissage de CM1 évalués dans la séquence sont :

- Connaître et utiliser les relations entre les unités de numération.
- Connaître la suite écrite et la suite orale des nombres jusqu'à 999 999.
- Connaître la valeur des chiffres en fonction de leur position dans un nombre.
- Connaître et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre.

Séquence 2 – Mathématiques : description de l'exercice 5

Objectif

Identifier les élèves ayant une maîtrise insuffisante des nombres entiers et de la compréhension des aspects décimal et positionnel de notre système de numération.

Enjeu

La connaissance de la numération décimale influence les apprentissages en calcul (automatismes procéduraux, calculs posés, etc.). La recombinaison d'un nombre à partir de sa décomposition en unités de numération nécessite une bonne connaissance des relations entre les différentes unités et la compréhension du système de numération décimale.

Mathématiques

Exercice 5

Trouve le nombre correspondant à chacune des décompositions.
Coche la réponse correcte.

Question 1

3 dizaines + 4 centaines + 5 milliers + 8 unités =

- ☐ 5 348
☐ 3 458
☐ 5 438
☐ 50 438

Question 2

6 milliers + 4 dizaines + 5 unités =

- ☐ 645
☐ 15
☐ 6 045
☐ 6 450

Question 3

5 dizaines + 9 centaines =

- ☐ 59
☐ 95
☐ 950
☐ 905

Question 4

5 milliers + 45 unités =

- ☐ 545
☐ 5 045
☐ 50
☐ 50 045

Question 5

5 dizaines + 19 unités =

- ☐ 519
☐ 69
☐ 24
☐ 195

Question 6

7 centaines + 10 dizaines + 30 unités =

- ☐ 71 030
☐ 740
☐ 830
☐ 47

Question 7

45 unités + 8 dizaines =

- ☐ 458
☐ 125
☐ 845
☐ 53

Question 8

7 centaines + 24 dizaines =

- ☐ 724
☐ 94
☐ 940
☐ 31

Mathématiques

La maîtrise des nombres entiers et la compréhension des aspects décimal et positionnel de notre système de numération constituent le cœur du travail en mathématiques dès le CP.

Les relations entre les unités de numération doivent être explicitées et travaillées (à l'oral et à l'écrit) au fur et à mesure que les unités sont enseignées, dès le cycle 2 pour celles qui concernent ce cycle, au cycle 3 pour les autres : en particulier celles exprimant le rapport dix entre deux unités successives, une dizaine = dix unités, une centaine = dix dizaines, un millier = dix centaines, et aussi un million = mille milliers.

Extrait du guide « [Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP](#) » p38 :

Les unités de numération sont utilisées pour construire le système de numération écrit chiffré. Ainsi « 72 » est défini comme un codage, à l'aide de chiffres ordonnés (aspect positionnel), de l'organisation d'une collection en 7 dizaines et 2 unités simples (aspect décimal). Par la suite, les unités de numération permettent de « parler » des écritures chiffrées sans forcément avoir à prononcer le nom des nombres.

(...) Une fois la numération écrite chiffrée construite, elles permettent de travailler l'aspect positionnel ou/et l'aspect décimal, par exemple en demandant d'écrire en chiffres les nombres suivants :

- 5 dizaines 6 unités (ni l'aspect positionnel, ni l'aspect décimal ne sont travaillés) ;
- 6 unités 5 dizaines (qui met en jeu l'aspect positionnel) ;
- 4 dizaines 16 unités (qui met en jeu l'aspect décimal) ;
- 16 unités 4 dizaines (qui met en jeu l'aspect positionnel et l'aspect décimal).

Lire, écrire un nombre ne sont pas de simples activités de codage et de décodage, mais bien des activités complexes qui incluent la composition et la décomposition du nombre.

En effet, ces deux aspects de la numération contribuent fortement à l'appropriation des connaissances dans d'autres domaines :

- Le calcul mental
 - Ex 1 : « 50 + 80, c'est 5 dizaines + 8 dizaines c'est 13 dizaines, c'est 130 » ;
 - Ex 2 : « 4 x 60, c'est 4 x 6 dizaines, c'est 24 dizaines, c'est 240 »
- Les conversions de mesures
 - Ex 1 : Combien de paquets de 100 g peut-on faire avec 4 kg de farine ? On peut interpréter cet exercice comme une variation d'un exercice de numération : convertir 4 milliers en centaines. En effet, 1 kg c'est 1 000 g donc on cherche bien combien il y a de centaines dans un millier. Par la numération décimale de position on a construit que 10 centaines font une unité de mille. On peut donc faire 10 paquets de 100 g dans un kilo de farine et donc quatre fois plus avec 4 kg de farine !
 - Ex 2 : Convertir 164 cm en mètres, 164 cm = 100 cm + 64 cm donc 164 cm c'est 1 mètre et 64 centimètres ou 1 mètre 6 décimètres et 4 centimètres.
- Les nombres décimaux
 - Ex : 12 dixièmes + 16 centièmes, c'est 10 dixièmes + 2 dixièmes + 10 centièmes + 6 centièmes, c'est 10 dixièmes + 3 dixièmes + 6 centièmes, c'est 1 unité 3 dixièmes 6 centièmes.

Description

L'exercice 5 permet d'évaluer la maîtrise de ces notions. Les élèves ont 6 minutes pour identifier 8 nombres à partir d'une décomposition additive en centaines, dizaines et unités.

Cibler les types de difficultés rencontrées

Ces exercices sur les décompositions des nombres permettent de dresser un état des lieux complet des éventuelles difficultés des élèves en la matière. Elles peuvent provenir principalement d'une mauvaise maîtrise d'une ou plusieurs des composantes de la numération décimale de position :

Comprendre le principe décimal de la numération

Signes indicateurs

- L'élève essaie de prendre en compte l'ordre des unités sans prendre en compte l'aspect décimal de la numération et juxtapose les données > Question 7 : 845 pour 45 unités et 8 dizaines.

Comprendre le principe positionnel des chiffres dans un nombre

Signes indicateurs

- L'élève juxtapose des chiffres sans prendre en compte la valeur des unités > Question 1 : 3 458 au lieu de 5 438.
- L'élève recompose le nombre sans maîtriser l'ordre des unités de numération > Question 1 : 5 348 au lieu de 5 438.

Comprendre les deux principes de la numération décimale de position

Signes indicateurs

- L'élève ne comprend pas l'importance des groupements dans l'écriture d'un nombre. Il ne fait pas le lien entre l'écriture en chiffres du nombre et la quantité représentée par ce nombre > Question 2 : 15 pour 6 milliers + 4 dizaines + 5 unités
- L'élève utilise l'ordre des nombres pour écrire le nombre > Question 5 : 195 pour 5 dizaines + 19 unités (19 est plus grand que 5)
- L'élève a des difficultés à mobiliser les relations entre les différentes unités. Il additionne les unités avec les dizaines > Question 6 : 740 pour 7 centaines + 10 dizaines + 30 unités
- L'élève essaie de prendre en compte l'ordre des unités mais il ne comprend pas l'utilisation du zéro pour indiquer l'absence de groupements > Question 3 : 905 pour 5 dizaines + 9 centaines.

Pour repérer le type d'erreur ainsi que les mauvaises conceptions de l'élève, il sera nécessaire de le faire verbaliser et de lui faire expliciter précisément ses raisonnements. Il faudra porter une attention particulière au choix des questions pour mettre en évidence ses conceptions erronées.

Les réponses erronées en lien avec les compétences énoncées ci-dessus :

	Items	Réponse attendue	Maîtriser le principe positionnel	Maîtriser le principe décimal	Maîtriser les deux principes de la numération
Q1	3 dizaines + 4 centaines + 5 milliers + 8 unités	5 438	3 458 ou 5 348 ou 50 438		
Q2	6 milliers + 4 dizaines + 5 unités	6 045	645 ou 15 ou 6 450		
Q3	5 dizaines + 9 centaines	950	59 ou 95 ou 905		
Q4	5 milliers + 45 unités	5 045	545 ou 50 ou 50 045		
Q5	5 dizaines + 19 unités	69	519 ou 24 ou 195		
Q6	7 centaines + 10 dizaines + 30 unités	830	740 ou 47 ou 71 030		
Q7	45 unités + 8 dizaines	125	458 ou 845 ou 53		
Q8	7 centaines + 24 dizaines	940	724 ou 94 ou 31		

Mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace

À partir de l'analyse des résultats des évaluations nationales de début de CM2, les interventions pédagogiques doivent permettre aux élèves d'être ensuite capables de suivre les apprentissages spécifiques de cette seconde année du cycle 3. Pour la représentation des nombres, les objectifs d'apprentissage de CM2 sont les suivants :

- Connaître et utiliser les relations entre les unités de numération.
- Connaître la suite écrite et la suite orale des nombres jusqu'à 999 999 999.
- Connaître et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre.
- Connaître la valeur des chiffres en fonction de leur position dans un nombre.

Préambule

Au cycle 3, l'objectif est de poursuivre la compréhension de notre système de numération et de mobiliser ses propriétés lors de calculs.

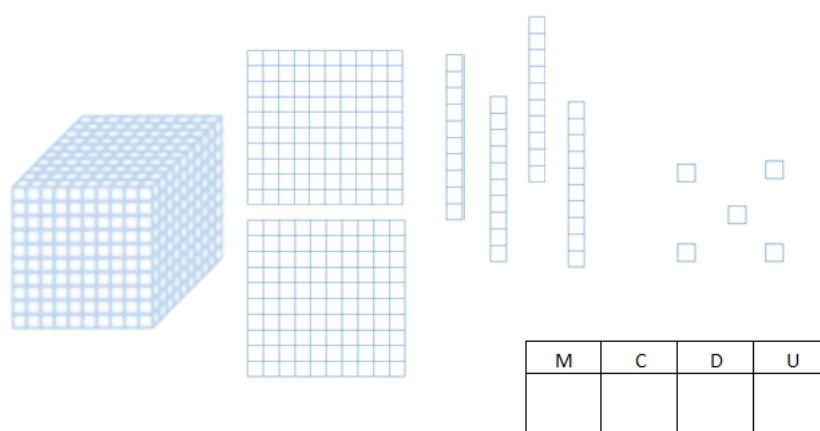
Au CM2, la compréhension des aspects décimal (base dix) et positionnel (la valeur d'un chiffre dépend de sa position) de la numération se renforce et s'étend avec l'introduction de trois nouveaux rangs dans l'écriture chiffrée : ceux des millions, des dizaines de millions et des centaines de millions. Ainsi, les connaissances et les savoir-faire attendus en fin de CM2 concernent les nombres s'écrivant avec au plus neuf chiffres. Toutefois, afin de privilégier en début d'année le travail sur les fractions et les nombres décimaux, les nombres entiers rencontrés pendant les deux premières périodes de l'année seront ceux qui ont été étudiés au CM1 et qui s'écrivent avec au plus six chiffres.

Extrait du programme de mathématiques pour le cycle 3

Points de vigilance

Les principes liés à la numération écrite (système de base dix, système positionnel et système qui possède un zéro) ne pourront pas être construits avec une utilisation systématique du tableau de numération. L'utilisation de cet outil doit être mesurée et son utilité doit être questionnée, notamment pour les élèves qui ont des difficultés. En effet, ces derniers pourraient l'utiliser de manière mécanique, et ainsi ne pas comprendre les principes sous-jacents de l'écriture chiffrée des nombres. De même, le tableau de numération ne permet pas de travailler d'autres décompositions en unités qui doivent être abordées régulièrement avec les élèves : 2 centaines + 12 dizaines + 5 unités ; 15 unités + 2 centaines + 11 dizaines.

L'usage de matériel déjà organisé où l'élève peut « voir » le nombre de milliers, de centaines, de dizaines, d'unités ne permet pas de découvrir les interactions entre ces quantités et leurs écritures. Le support du tableau de numération apporte une forme de mécanisation.



Le professeur sera également attentif à faire coexister les deux systèmes de numération (la numération orale : mots-nombres et la numération écrite : chiffrée) dans l'apprentissage du nombre.

Extrait du guide « [Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP](#) » p30 : Un travail sur chaque système de numération doit être mené : comprendre la structure de la comptine numérique pour mieux l'apprendre (les repérants, la grande comptine et la petite, la comptine des dizaines), comprendre la structure de la numération écrite chiffrée (principe positionnel et principe décimal).

La numération orale ne sera pas traitée dans cette fiche mais il sera intéressant de la travailler conjointement.

Le principe général suivant est valable pour l'ensemble des pistes d'intervention.



Précisions

Les pistes d'interventions proposées ci-dessous permettent d'enseigner le point de vue sémantique de notre système écrit de numération. Dans cette perspective, les deux principes (décimal et positionnel) qui régissent notre système de numération ne pourront être construits avec une utilisation systématique du tableau de numération.

L'élève rencontre des difficultés pour comprendre le principe décimal de la numération

Dans l'aspect décimal, ce qui importe c'est la relation entre les unités : deux unités consécutives sont dans le rapport dix.

Pistes pour consolider la maîtrise des concepts des différentes unités constitutives de notre système décimal.

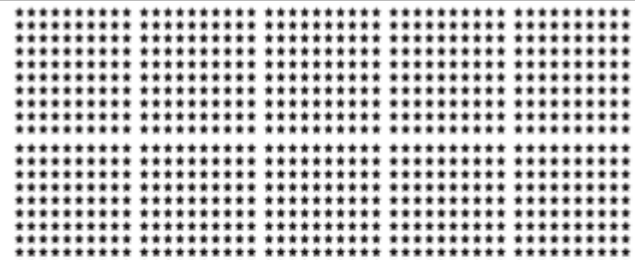
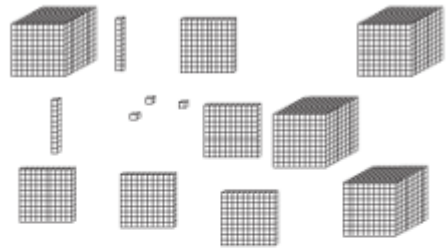
Le professeur peut proposer les activités suivantes.

- Recourir aux groupements par 10, 100, 1000 pour quantifier des collections d'objets d'abord manipulables (trombones, allumettes) en faisant verbaliser les relations entre les unités. Puis proposer différentes représentations de la quantité à dénombrer.
- Recourir à des situations de comparaison de collections d'objets manipulables (permet de construire les règles de comparaison) puis comparer des collections représentées.
- Recourir à des situations de complétion de collections d'objets manipulables puis compléter des collections représentées.

Pistes pour consolider la capacité des élèves à faire usage des différentes unités de numération selon différents points de vue.

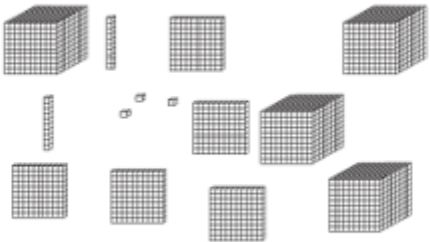
Le professeur peut proposer les activités suivantes.

- Pour amener les élèves à mettre en relation les différentes unités, proposer les exercices de type :

	
Exercice 1 : - Combien de dizaines de cubes ? - Combien de centaines de cubes ? - Combien de cubes ? Exercice 2 : Entoure 23 centaines de cubes.	

Dans le premier exercice, collection et unités sont données et il faut trouver le nombre alors que dans le second, nombre et unité sont donnés et il faut construire la collection.

- Le professeur peut utiliser le principe de la « fleur des nombres » pour composer et décomposer une quantité. Il est nécessaire de varier les désignations et les faire coexister. Par exemple, l'élève doit comprendre que toutes les désignations différentes ci-dessous ne sont représentées que par une seule écriture chiffrée du nombre, à savoir 4 523.

452 dizaines 3 unités	4 milliers 50 dizaines 23 unités	3 milliers 15 centaines 23 unités
« Quatre mille cinq cent vingt-trois »		$4\ 000 + 500 + 20 + 3$
45 centaines 23 unités	2 milliers 22 centaines 323 unités	43 centaines 11 vingtaines 3 unités

- Lier les principes de la numération aux unités de mesure. La conversion est l'action de transformer une unité de mesure en une autre. Comme le tableau de numération, le tableau des unités de mesure est un outil pratique pour convertir mais il ne montre pas explicitement les rapports entre les unités. Par exemple, pour convertir 3 L et 8 cL en centilitres :
 - avec le tableau : j'écris 8 dans la colonne des centilitres, 3 dans la colonne des litres et je complète avec un 0 dans la colonne entre les deux chiffres. Je lis 308 cL.
 - sans le tableau : $100\text{ cL} = 1\text{ L}$ donc $3\text{ L} + 8\text{ cL} = 3 \times 100\text{ cL} + 8\text{ cL} = 308\text{ cL}$

Le risque est que les élèves réduisent leur représentation des conversions de mesure à « savoir utiliser le tableau ».

Au cours moyen, les élèves n'utilisent pas de tableaux pour effectuer des conversions ; ils s'appuient sur les relations connues entre les unités en jeu, comme par exemple : « 3,5 mètres est égal à 350 centimètres, car 1 mètre est égal à 100 centimètres. ». Les tâches de conversion contribuent ainsi à renforcer la compréhension et la maîtrise de la numération décimale.

Extrait du programme de mathématiques pour le cycle 3

Pistes pour consolider l'idée que la valeur d'une collection ne dépend pas nécessairement du nombre d'éléments de cette collection.

Le professeur peut recourir à des situations d'échanges 10 contre 1 et donner du sens à la numération de position par l'utilisation d'abaques. Le jeu du banquier est une situation de ce type. Via ce jeu, on amène les élèves à faire des échanges, à formuler des règles de comparaison et à remarquer qu'un élève peut gagner alors que son nombre de jetons est inférieur à celui des autres, c'est la couleur/position et donc la valeur des jetons qu'il faut considérer !

L'élève rencontre des difficultés pour comprendre le principe positionnel des chiffres dans un nombre

Il s'agit de faire comprendre que chaque position du chiffre dans l'écriture du nombre indique une signification différente, une unité de numération différente.

Pistes pour consolider la capacité des élèves à prendre en compte les deux variables « ordre de présentation des unités » et « présence/absence d'unités isolées à chaque ordre ».

Un travail spécifique sur ce point permet aux élèves de dépasser des erreurs de juxtaposition des chiffres sans prise en compte de la position des unités. Le recours précoce et systématique au tableau de numération pour trouver une écriture chiffrée peut engendrer ce type de difficulté.

Mathématiques

Notre numération orale n'est pas positionnelle. Elle est additive et multiplicative avec en plus de nombreuses exceptions. Quand on lit un nombre, on n'entend pas ce qu'on écrit et on n'écrit pas ce qu'on entend. Il faut donc effectuer un travail spécifique sur la corrélation entre le nom du nombre et son écriture chiffrée.

Une utilisation de ce type de matériel permet de représenter l'aspect additif de la numération orale mais surtout l'aspect positionnel de la numération écrite en chiffres.

Ex : 3 milliers 5 centaines 4 dizaines 2 unités, c'est $3\,000 + 500 + 40 + 2$, c'est « trois mille cinq cent quarante-deux »



Le recours à ce matériel dans les activités de dénombrement permet un aller-retour constant entre le chiffre d'une unité de numération et sa valeur réelle : « le chiffre 3 dans l'écriture ne correspond pas à 3 unités mais il indique 3 milliers, le chiffre 5 dans l'écriture ne correspond pas à 5 unités mais il indique 5 centaines, le chiffre 4 dans l'écriture ne correspond pas à 4 unités mais il indique 4 dizaines, seul le chiffre 2 dans l'écriture correspond à 2 unités ».

Cet outil aura tout son sens dans des situations de dénombrement de collections groupées où l'on cherche à produire une écriture en chiffres de la quantité.

Le professeur veillera dans les collections présentées aux élèves à :

- L'ordre de présentation des unités (par exemple : 2 milliers + 7 dizaines + 3 centaines + 2 unités). Il est important de ne pas toujours présenter les collections en ordonnant les unités de numération par ordre décroissant (via l'ordre de lecture de gauche à droite). Cela permet de mettre en évidence, pour l'aspect position, qu'il ne s'agit pas d'une simple juxtaposition des chiffres mais bien une association des centaines au troisième rang, etc.
- L'absence de groupement à un ordre (par exemple : 2 milliers + 3 centaines + 2 unités). Cela permet de mettre en jeu le rôle du zéro.

L'élève rencontre des difficultés pour comprendre les principes de la numération décimale de position

Ces deux aspects sont condensés dans la phrase : chaque chiffre indique une unité qui est dix fois plus grande que celle qui est à sa droite.

Les activités proposées ci-dessous permettent de travailler une compétence nécessaire pour comprendre les principes de la numération, à savoir la faculté à faire des conversions (à l'unité simple mais aussi entre unités de numération).

- Des situations de dénombrement de collections partiellement groupées : il faut finir les groupements avant de pouvoir dénombrer. Différentes représentations de la quantité à dénombrer peuvent être proposées.

Exemple : 15 dizaines + 15 centaines + 15 unités

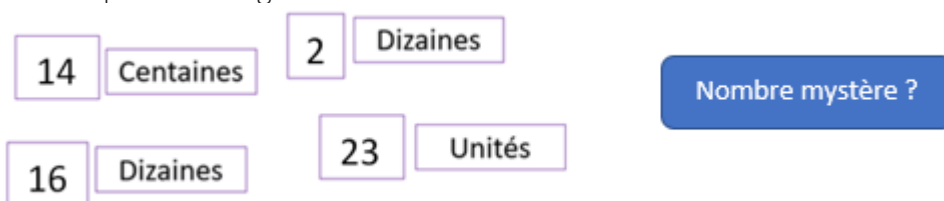


Mathématiques

- Une variante de la situation de dénombrement est la situation inverse : réaliser une collection de cardinal donné, traité dans des problèmes dits de « commandes ». Une variable didactique essentielle ici est le stock du marchand. Par exemple s'il faut commander 4 837 objets et que le vendeur n'a que des objets à l'unité ou groupés par centaines, nous sommes amenés à utiliser l'équivalence entre 10 centaines et 1 unité de mille et entre 1 dizaine et 10 unités (aspect décimal).
- Le jeu du [Chiffroscope](#) : une ressource pédagogique au service de la numération décimale de position du cycle 2 au cycle 3 présentée dans le guide « [Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP](#) » p123-124.

Le but est de trouver le nombre mystère représenté par le tirage d'un ensemble de « carte Nombre » et de cartes « Unité de numération ». Toutes les unités de numération ne font pas l'objet d'un tirage de carte conduisant à la nécessité d'écrire un zéro dans l'écriture du nombre pour signifier l'absence de groupements.

Un exemple de 4 tirages :



Deux variantes sont proposées :

- « Le coup de vent » consiste à trouver le ou les tirages manquants pour atteindre la cible.
- « Quel est le tirage ? » consiste à faire le jeu inverse du Chiffroscope. Un nombre « cible » est donné, puis les joueurs cherchent à partir d'une sélection de cartes « Unité de numération » et une sélection de « carte Nombre », lesquelles choisir et comment de façon à obtenir le nombre tiré initialement.

Les ressources pour aller plus loin

- Guide « [Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP](#) »