



Évaluations nationales de début de CM2

Fiche d'intervention

Mathématiques

« Comparer des nombres décimaux » (Séquence 4, exercice 20)

Cette fiche a pour objectifs :

- dans un 1^{er} temps de **cibler les types de difficultés rencontrées au regard des attendus de CM1 ;**
- dans un 2^d temps de **mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace dans la perspective des attendus de CM2.**

Les objectifs d'apprentissage de CM1 évalués dans la séquence sont :

- Comparer, encadrer, intercaler, ordonner, par ordre croissant ou décroissant, des nombres décimaux donnés par leur écriture à virgule en utilisant les symboles =, < et >.
- Interpréter, représenter, écrire et lire des nombres décimaux (écriture à virgule).

Séquence 4 – Mathématiques : description de l'exercice 20

Objectif

Identifier les élèves ne maîtrisant pas la comparaison des nombres décimaux ainsi que les règles de la numération décimale de position.

Enjeu

La comparaison des nombres décimaux est étroitement liée à la capacité à les représenter (monnaie, règle graduée, etc.). Les nombres décimaux sont indispensables pour estimer la valeur d'une mesure, c'est pour cela que les comparaisons des nombres décimaux seront mises en jeu notamment dans le domaine des grandeurs et mesures.

Exercice 20

Exercice 20

Entoure le nombre le plus grand dans chaque rectangle.



7,3 7,1	38,19 19,38
2 1,9	15 5,39
5,3 5,05	7,19 71,6
4,6 4,50	16,18 16,8
3,23 3,3	7,99 8,02
4,15 8,1	0,39 0,5

Description

L'exercice 20 permet d'évaluer la maîtrise de ces notions. Les élèves ont 4 minutes pour comparer douze paires de nombres décimaux.

Une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de la numération décimale (unités simples, dixièmes, centièmes) ainsi qu'une bonne compréhension de l'écriture à virgule (présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales) sont indispensables pour maîtriser les règles de comparaison des nombres décimaux (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers).

La comparaison de deux nombres décimaux nécessite la compréhension des principes de la numération décimale de position (en base 10), ainsi qu'une bonne représentation de ces nombres. Mais elle nécessite aussi de savoir situer un nombre par rapport aux autres. L'utilisation de représentations, comme la droite graduée, sera un bon soutien pour l'élève.

Les difficultés proviennent principalement de la rupture entre les nombres entiers et les nombres décimaux qui entraînent des erreurs dans les comparaisons. L'attention de l'enseignant sera portée sur les mauvaises conceptions des nombres décimaux telles que :

- Le nombre à virgule est vu comme un « entier déguisé », comme si la virgule n'existait pas.
- Le nombre à virgule est vu comme l'accolement de deux entiers, la virgule jouant le rôle de séparation entre les deux.

Cibler les types de difficultés rencontrées

Une analyse des difficultés rencontrées pour comparer deux nombres décimaux doit être menée à l'appui de l'observation du livret d'évaluation de l'élève. Elles peuvent provenir principalement d'une mauvaise maîtrise d'une ou plusieurs des compétences et notions suivantes :

Difficultés relevant du traitement des écritures à virgule comme la juxtaposition de deux entiers (conception erronée de la définition du nombre décimal)

Dans les paires ayant la même partie entière, l'élève peut comparer les nombres formés par les chiffres après la virgule et ainsi se tromper. Par exemple : dans la paire 5,3 et 5,05, il se dit que $3 < 5$ et donc que $5,3 < 5,05$ (ce qui est erroné). L'élève pourrait aussi comparer $\frac{3}{10}$ et $\frac{5}{100}$ en considérant que $5 > 3$, sans tenir compte de l'unité dans laquelle il compte (des dixièmes dans le premier cas, des centièmes dans le second cas). Il en est de même pour les paires « 4,6 et 4,50 », « 3,23 et 3,3 », « 16, 18 et 16,8 », et « 0,39 et 0,5 ».

Difficultés relevant du transfert de techniques utilisées avec les entiers

L'élève peut transférer une « règle » qu'il s'est construite avec les entiers : le nombre le plus grand est celui dont l'écriture est la plus longue. Par exemple pour la paire 2 et 1,9 : comme 1,9 a plus de chiffres que 2 alors $1,9 > 2$ (ce qui est erroné). Il en est de même avec les paires « 5,3 et 5,05 », « 4,6 et 4,50 », « 3,23 et 3,3 », « 4,15 et 8,1 », « 15 et 5,39 », « 16,18 et 16,8 », et « 0,39 et 0,5 ».

Difficultés relevant de la comparaison des nombres entiers

L'élève n'arrive pas à comparer deux nombres entiers, par exemple pour trouver qui est le plus grand entre 38,19 et 19,38, il n'arrive pas à comparer 38 et 19, ou bien il fait comme si la virgule n'existait pas et il n'arrive pas à comparer 3819 et 1938.

Paire de nombre donnée		Réponse attendue	Difficultés relevant du traitement des écritures à virgule comme la juxtaposition de deux entiers	Difficultés relevant du transfert de techniques utilisées avec les entiers	Difficultés relevant de la comparaison des nombres entiers
7,3	7,1	7,3			x
2	1,9	2		x	
5,3	5,05	5,3	x	x	
4,6	4,50	4,6	x	x	
3,23	3,3	3,3	x	x	
4,15	8,1	8,1		x	
38,19	19,38	38,19			x
15	5,39	15		x	
7,19	71,6	71,6			x
16,18	16,8	16,8	x	x	
7,99	8,02	8,02			x
0,39	0,5	0,5	x	x	

Point de vigilance : Pour repérer le type d'erreur ainsi que les mauvaises conceptions de l'élève, il sera nécessaire de le faire verbaliser et de lui faire expliciter précisément ses raisonnements lorsqu'il compare deux nombres. Il faudra porter une attention particulière au choix des paires pour mettre en évidence ses conceptions erronées.

Mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace

À partir de l'analyse des résultats des évaluations nationales de début de CM2, les interventions pédagogiques doivent permettre aux élèves d'être ensuite capables de suivre les apprentissages spécifiques du cycle 3. Pour la comparaison des nombres décimaux, les objectifs d'apprentissage de CM2 sont les suivants :

- Comparer, encadrer, intercaler, ordonner par ordre croissant ou décroissant des nombres décimaux donnés par leur écriture à virgule en utilisant les symboles $=$, $<$ et $>$.
- Interpréter, représenter, écrire et lire des nombres décimaux (écriture à virgule).

L'élève a des difficultés relevant du traitement des écritures à virgule comme la juxtaposition de deux entiers ou des difficultés relevant du transfert de techniques utilisées avec les entiers

Il est important de commencer par mener un travail sur la conception du nombre décimal. Il faudra peut-être reprendre les différentes représentations et écritures du nombre décimal. Si nécessaire, il faudra revenir à la compréhension des fractions simples puis des fractions décimales pour arriver à la bonne compréhension de l'écriture à virgule. Mais ce travail ne suffira pas pour pallier les difficultés liées aux comparaisons.

Pistes d'interventions

Le professeur propose un court questionnaire de comparaisons de deux décimaux. Pour chaque réponse produite, on demandera à l'élève de représenter les nombres comparés. Différents supports de représentation seront proposés (pièces de monnaie, graduations, carrés quadrillés, papier blanc/règle graduée/ paire de ciseaux). Lorsque l'élève s'empare du matériel, on peut lui suggérer de commencer par une approximation. Par exemple pour comparer 16,18 et 16,8, on pourra lui demander si 16,18 est plus proche de 16 ou de 17 et de même pour 16,8.

Dans le cas où il donnerait la bonne réponse, on pourrait utiliser des phrases du type « L'autre jour, un élève comme toi avec qui je travaillais, m'a dit que comme 8 était plus petit que 18, 16,8 était plus petit que 16,18. Qu'en penses-tu ? Comment pourrais-tu faire pour voir qui a raison avec le matériel qui est là ? ».

Dans le cas où il donnerait la mauvaise réponse, pour mettre en évidence la conception erronée de l'élève, il sera judicieux de lui demander d'explicitier sa démarche. Si l'élève n'y arrive pas, on peut l'accompagner en émettant des suppositions sous la forme suivante : « Un élève m'a expliqué que comme 8 était plus petit que 18, 16,8 était plus petit que 16,18. Qu'est-ce que tu en penses ? ». Si cela correspond à la démarche de l'élève, on lui proposera une procédure contradictoire du type : « Un autre élève comme toi avec qui je travaillais m'a dit que 8 dixièmes c'était pareil que 80 centièmes, et que 80 étant plus grand que 18, c'est 16,8 qui est plus grand que 16,18. Qu'est-ce que tu en penses ? Comment pourrais-tu faire, avec le matériel qui est là, pour voir qui a raison ? »

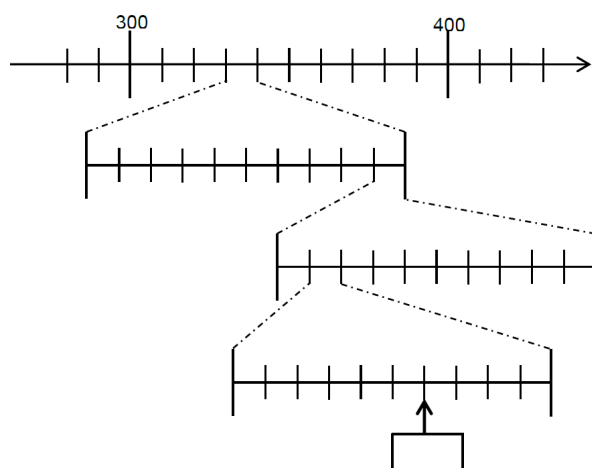
Mathématiques

Ce qui est important ici, c'est de mettre en discussion les différents raisonnements afin que l'élève ne préjuge pas de l'exactitude de celui-ci. L'efficacité de ce travail est dû à l'utilisation simultanée des représentations des nombres décimaux (monnaie, graduations, etc.) et des comparaisons.

Dans tous les cas, l'aide apportée à l'élève sera plus efficace en le conduisant à mettre en relation la représentation décimale des nombres et différentes procédures, afin de les situer entre eux ou d'appréhender leur distance. Il faudra penser à varier les situations.

Voici des exemples de différentes procédures

- S'appuyer sur l'oral des formes littérales : 8 dixièmes et 2 centièmes plus petits que 9 dixièmes.
- L'emploi de formes associant les écritures littérales et chiffrées peut être une aide utile : 3,54 c'est 3 unités 5 dixièmes et 4 centièmes, 3,7 c'est 3 unités et 7 dixièmes. Les parties entières étant identiques, la comparaison porte sur les parties décimales. 5 dixièmes étant inférieur à 7 dixièmes alors 3,54 est inférieur à 3,7.
- Recourir aux écritures fractionnaires décimales de même dénominateur, ce qui permet de se ramener à une comparaison de nombres entiers : pour comparer 3,7 et 3,54.
 $3,7 = \frac{37}{10} = \frac{370}{100}$ et $3,54 = \frac{354}{100}$ or $370 > 354$ donc $\frac{370}{100} > \frac{354}{100}$ et $3,7 > 3,54$.
- Revenir à la représentation (droite graduée, surface, etc.).
- Travailler sur un axe gradué avec zoom :



- Revenir à la compréhension de ce que sont les unités et les fractions décimales. Par exemple, 2,54 et 3,7. Il s'agit ici de ramener à une comparaison menée grâce au positionnement relatif par rapport à un nombre entier (2,54 est inférieur à 3 car 54 centièmes est inférieur à 1 et 3,7 est supérieur à 3 donc $2,54 < 3,7$).
- Comparer rang par rang.

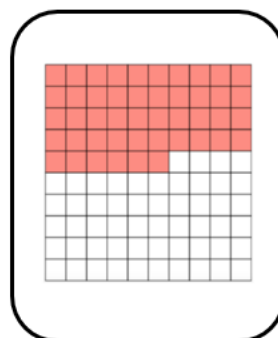
Pour travailler les différents points vus ci-dessus, le professeur pourra utiliser un jeu de bataille simple (on demande aux élèves d'expliquer à l'oral leurs raisonnements) avec des cartes de ce type :



Ou en utilisant des cartes utilisant des représentations différentes (comme ci-dessous) :

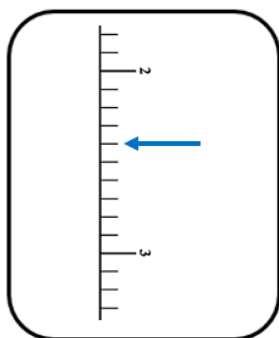
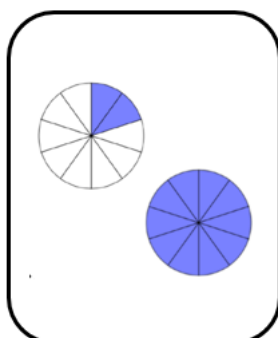
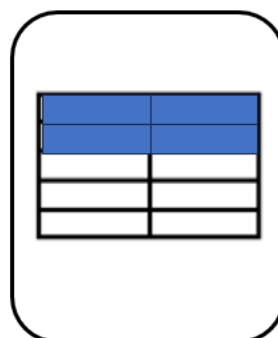
$$\frac{47}{10}$$

$$\frac{200}{100} + \frac{30}{100} + \frac{7}{100}$$



$$7 + \frac{12}{100}$$

$$6 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100}$$



On peut utiliser ces mêmes cartes en jeu d'association pour travailler la conception des nombres décimaux comme indiqué plus haut.

Point de vigilance

- La comparaison est plus difficile pour les élèves en difficulté lorsque les nombres sont donnés oralement plutôt que par écrit.
- Les erreurs sont plus fréquentes quand la comparaison est décontextualisée plutôt que lorsqu'elle est posée dans un contexte.
- Limiter le recours systématique au tableau de numération, qui peut entraîner des bonnes réponses par mimétisme et non par la bonne compréhension de la notion.
- Les élèves qui savent représenter les nombres décimaux, par exemple sur une règle ou encore sur une droite numérique, réussissent beaucoup mieux les tâches de comparaison que les autres élèves, montrant ainsi l'importance de situer les nombres pour mieux les appréhender.

Extrait document éducol : Nombres et calculs - Exemples d'erreurs observées

Il faut privilégier une verbalisation systématique à une technique automatisée conduisant à mettre des 0 pour avoir des nombres de même taille : 3,12 et 3,90, puis comparer 12 et 90, en effet une telle technique tend à renforcer la conception erronée consistant à voir l'écriture à virgule comme l'écriture de deux entiers juxtaposés et séparés par une virgule.

On peut aussi revenir à la représentation de 12 centièmes et de 9 dixièmes (droite graduée, carré partagé en 100).

Il est également nécessaire d'être vigilant lorsque l'on parle de **partie entière** et **partie décimale** d'un nombre décimal, notamment dans les affichages ou les écrits notés dans les cahiers d'élèves. On voit parfois ces notions (qui ne sont pas une exigence des programmes) introduites dans des tableaux de numération où la partie gauche du tableau est qualifiée de partie entière et la partie droite du tableau de partie décimale, ou encore en s'appuyant sur un nombre décimal donné en exemple où les chiffres à gauche de la virgule sont repérés d'une couleur et qualifiés de partie entière et ceux à droite de la virgule sont repérés d'une autre couleur et qualifiés de partie décimale. Ces écrits sont sources de confusion et renforcent la conception du nombre décimal comme étant la juxtaposition de deux entiers séparés par une virgule.

On privilégiera une trace écrite de la forme :

$$123,87 = 123 + 0,87$$

partie entière
partie décimale

ou son équivalent avec des fractions décimales, qui montre explicitement ce qu'est la partie décimale d'un nombre décimal.

L'élève a des difficultés relevant de la comparaison des nombres entiers

Pistes d'interventions

- Travailler avec le matériel de base 10 ou ses représentations pour décomposer chaque nombre et ainsi mettre en évidence le plus grand ou le plus petit.
- Proposer des exercices comme ci-dessous, que l'on peut faire varier en modifiant le nombre de chiffres, le type de représentation ou de désignation (à l'aide de leur écriture chiffrée ou d'unités de numération, ou encore de collections manipulables ou non, selon différents types d'organisation).
- Exercice : À chaque fois, entoure le nombre le plus grand et écris ensuite le symbole qui convient : =, < ou >. Tu peux, si tu le veux, vérifier tes réponses avec le matériel de numération.

78 85	91 78	47 74	9 41
70 7	5d 1u 4d 2u	3u 4d 34	5d 17u 6d

Mathématiques

- Il sera important de faire verbaliser les élèves sur leur raisonnement et non pas d'utiliser des règles sans qu'ils ne les comprennent.
 - Proposer des jeux de bataille avec des cartes utilisant les différents types de représentation des nombres cités précédemment.
 - Travailler la comparaison des nombres entiers en lien avec la droite graduée pour que l'élève puisse situer les nombres les uns par rapport aux autres.

Les ressources pour aller plus loin

- [Guide « Fractions et nombres décimaux au cycle 3 »](#)